

УДК 535.3; 621.378

В.С. Соболев, Ф.А. Журавель, Г.А. Кашеева

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт автоматики и электрометрии Сибирского отделения Российской академии наук (ИАиЭ СО РАН), Россия, 630090, г. Новосибирск, пр. ак. Коптюга, 1, E-mail: sobolev@iae.nsk.su

ОЦЕНКИ ЦЕНТРАЛЬНОЙ ЧАСТОТЫ УЗКОПОЛОСНОГО СЛУЧАЙНОГО НОРМАЛЬНОГО ПРОЦЕССА В ПРИСУТСТВИИ АДДИТИВНОГО ОКРАШЕННОГО ШУМА

АННОТАЦИЯ

Разработана методология максимально правдоподобных оценок центральной частоты сигналов лазерных доплеровских систем в присутствии окрашенного шума. Показано, что предварительная фильтрация белого шума в полосе превышающей ширину спектра доплеровского сигнала втрое позволяет снизить погрешности оценок в 3-10 раз.

ЛАЗЕРНАЯ ЛОКАЦИЯ, ЛАЗЕРНАЯ ДОПЛЕРОВСКАЯ АНЕМОМЕТРИЯ, МАКСИМАЛЬНО ПРАВДОПОДОБНЫЕ ОЦЕНКИ, ФИЛЬТРАЦИЯ

ВВЕДЕНИЕ

Во многих радио, оптоэлектронных и гидроакустических системах, а также в физическом эксперименте сигналы, несущие полезную информацию, эквивалентны узкополосным случайным нормальным процессам (УСНП) [1-5]. Примером могут служить сигналы погодных радаров, ветровых лидаров и лазерных доплеровских анемометров, работающих в многочастичном режиме рассеяния. Теория УСНП хорошо развита, в частности, известна совместная плотность вероятности их мгновенных отсчетов. Это обстоятельство позволяет существенно повысить точность доплеровских систем за счет обработки получаемых сигналов по критерию максимального правдоподобия. Как известно [3-в], она позволяет получать оценки параметров соответствующих сигналов с минимальной дисперсией.

Следует отметить, что методы и аппаратура лазерной доплеровской анемометрии и лазерной локации прочно вошли в арсенал экспериментальной гидро- и аэродинамики, исследований динамики земной атмосферы, прогнозирования погоды и обеспечения безопасности полетов в районах аэропортов [9-11]. Они также с успехом применяются в промышленности для измерения скорости горячего проката, проволоки и других диффузно рассеивающих протяженных изделий [2]. В то же время, случайный характер получаемых сигналов приводит к существенным погрешностям измерений, в частности, такого важного параметра как доплеровская частота, пропорциональная скорости исследуемых объектов. Этот недостаток не устраивает многих пользователей указанных выше доплеровских систем. В связи с этим проблема повышения их точности представляет большой интерес и широко дискутируется в печати [2-7]. Заметим, однако, что большинство публикаций посвящено простейшему случаю, когда получаемый сигнал сопровождается аддитивным белым шумом, в то время как в любой реальной доплеровской системе спектр принятого излучения

переносится в область доплеровских, нулевых или промежуточных частот и подвергается узкополосной фильтрации с тем, чтобы убрать ненужные продукты преобразования частот и избыточный шум вне полосы пропускания фильтра. Ясно, что подавление избыточного шума может существенно повысить точность работы доплеровских систем. Доклад посвящен разработке алгоритма МПО параметров получаемых сигналов в присутствии профильтрованного (окрашенного шума) и оценке получаемого выигрыша.

АЛГОРИТМ МАКСИМАЛЬНО ПРАВДОПОДОБНЫХ ОЦЕНОК ДОПЛЕРОВСКОЙ ЧАСТОТЫ В ПРИСУТСТВИИ ФИЛЬТРОВАННОГО ШУМА.

Итак, будем считать, что адекватной моделью полезной высокочастотной части доплеровского сигнала является узкополосный нормальный случайный процесс, сопровождающийся аддитивным нормальным окрашенным шумом. Рассмотрим типичный случай, когда спектр принятого сигнала переносится на доплеровскую или промежуточную частоты и подвергается узкополосной фильтрации. Как это обычно бывает, центральная частота фильтра совпадает с частотой Доплера или промежуточной частотой.

В целях упрощения дальнейших выкладок примем, что частотная характеристика фильтра имеет Гауссову форму. Тогда модели доплеровского сигнала и профильтрованного шума будут иметь вид узкополосных случайных процессов

$$U_s(t) = A_s(t) \exp[-j(\omega t + \varphi_s(t))], \quad (1)$$

$$U_n(t) = A_n(t) \exp[-j(\omega t + \varphi_n(t))], \quad (2)$$

где A_s и A_n амплитуды сигнала и шума, подчиняющиеся распределению Рэлея, ω – центральная частота, $\varphi_s(t)$ и $\varphi_n(t)$ – случайные фазы, равномерно распределенные в пределах $+\pi, -\pi$.

В силу того, что полоса пропускания фильтра обычно выбирается несколько шире ширины спектра сигнала, можно считать, что фильтр не оказывает существенного влияния на сам сигнал. С учетом этого будем считать сигнал и профильтрованный шум не коррелированными. Большинство доплеровских систем непрерывного действия работает с лазерами, излучающими гауссовы пучки, а импульсные доплеровские системы работают с импульсами Гауссовой формы. С учетом этого корреляционная функция доплеровского сигнала с профильтрованным шумом будет иметь следующий вид

$$R(kT) = \left\{ \sigma_s^2 \exp\left[-\left(\frac{kT}{T_{ks}}\right)^2\right] + \sigma_n^2 \exp\left[-\left(\frac{kT}{T_{kn}}\right)^2\right] \right\} \exp(j\omega kT), \quad (3)$$

где σ_s^2 – дисперсия сигнала, σ_n^2 – дисперсия шума, T_{ks} и T_{kn} времена корреляции сигнала и шума, соответственно, k номер отсчета значений корреляционной функции, T период дискретизации сигнала.

Далее будем считать, что сигнал равномерно дискретизируется по времени, а его M используемых для оценки доплеровской частоты отсчетов, представляют собой вектор-столбец $z = z_0, z_1 \dots z_k \dots z_{M-1}$.

Если на интервале измерений скорость остается неизменной, то процесс (1), эквивалентный получаемому доплеровскому сигналу, будет стационарным, и совместная плотность вероятности его отсчетов в матричном виде определится как [12, с.61]

$$p(z_0 \dots z_{M-1}, kT) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^k |\mathbf{D}|}} \exp\left(-0,5(z^*)^T \mathbf{D}^{-1} z\right), \quad (4)$$

где D – корреляционная матрица сигнала (1), т.е. матрица с элементами $R(kT)$, $|\mathbf{D}|$ – ее определитель, а D^{-1} – обратная ей матрица. Звездочка (*) в верхнем индексе вектора z означает операцию комплексного сопряжения, индекс T – операцию транспонирования.

Поскольку сигнальная часть корреляционной функции (3) представляет собой произведение двух сомножителей, один из которых является вещественной величиной, а второй – комплексной, то матрицу \mathbf{D} удобно представить в виде произведения трех матриц, а именно:

$$\mathbf{D} = \mathbf{B}\mathbf{C}\mathbf{B}^* \quad (5)$$

где \mathbf{B} – диагональная матрица с элементами $\exp(j\omega kT)$, а \mathbf{C} – Топлицева матрица, элементы которой определяются первым сомножителем корреляционной функции (3) с действительными элементами $\sigma_s^2 \exp\left[-(kT)^2 / T_{ks}^2\right] + \sigma_n^2 \exp\left[-(kT)^2 / T_{kn}^2\right]$.

Исходя из выражений (4,5) и вышеизложенного, выражение для логарифма функции правдоподобия примет вид

$$\ln p(z / \omega) = -z^T \mathbf{B}(\mathbf{C})^{-1} \mathbf{B}^* z - \ln |\mathbf{D}| - M \ln \pi \quad (6)$$

В соответствие с методологией максимального правдоподобия МПО доплеровской частоты можно получить, как аргумент максимума логарифма функции правдоподобия. Аналогичным образом, МПО доплеровской частоты может являться решение уравнения правдоподобия, которое выводится дифференцированием выражения (6) по оцениваемому параметру.

Чтобы исследовать качество получаемых оценок доплеровской частоты и оценить выигрыш от предварительной фильтрации сигнала, было проведено компьютерное моделирование вышеприведенного алгоритма. Суть эксперимента состояла в том, чтобы при заданных (представляющих интерес для практиков) параметрах сигнала и шума определить среднеквадратичные ошибки (СКО) в оценке доплеровской частоты (скорости) и найти смещения этих оценок. Вторым аспектом задачи являлось сравнение полученных СКО и смещений частоты с этими же величинами для случая, когда МПО частоты определяются в присутствии нефильтрованного белого шума, и таким образом показать выигрыш, получаемый за счет узкополосной предварительной фильтрации.

ТЕХНОЛОГИЯ МОДЕЛЬНОГО ЭКСПЕРИМЕНТА

Вначале, в соответствии с методикой [13] строилась модель доплеровского сигнала в виде УСНП с заданной формой корреляционной функции и заданным отношением сигнал/шум. Для проводимого эксперимента было выбрано типичное значение времени корреляции сигнала, равное 5-ти доплеровским периодам и 2-м периодам для профильтрованного шума. Значение доплеровской частоты для удобства вычислений было задано, равным 1 Гц, а период дискретизации сигнала, равным $T = 0,1T_D$, где T_D – период доплеровской частоты. Общая длина реализации сигнала составляла $1000 T_D$.

На рис.1 в качестве примера представлен амплитудный спектр смоделированного сигнала в присутствии белого шума с дисперсией, равной дисперсии сигнала, и частотная характеристика примененного фильтра.

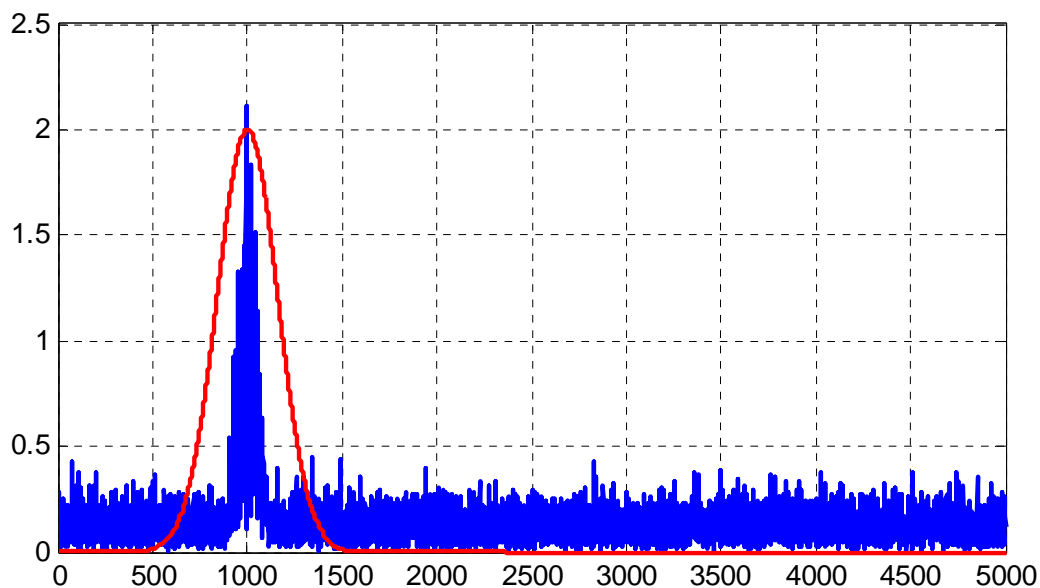
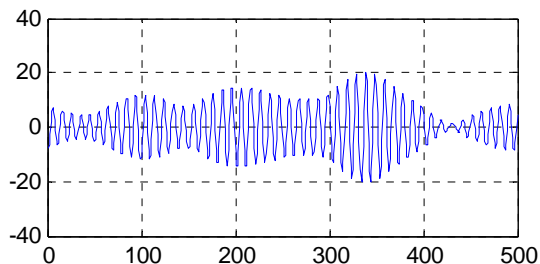
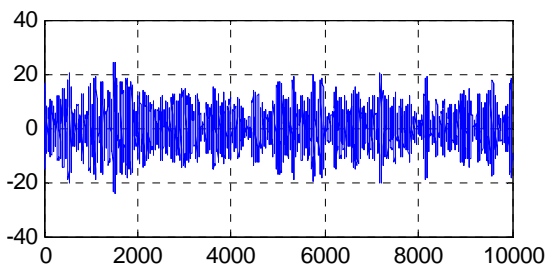


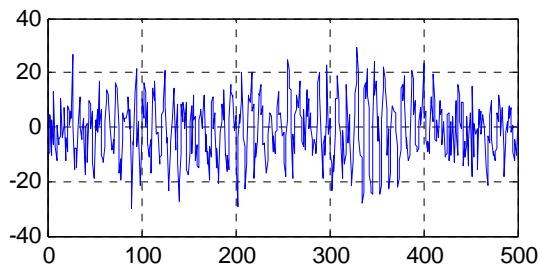
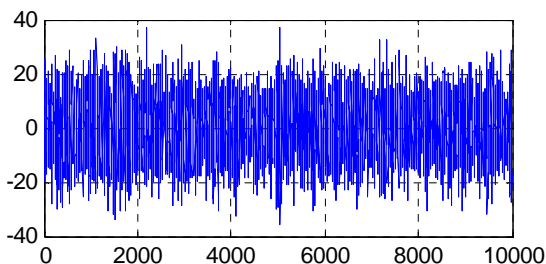
Рис.1. Амплитудный спектр зашумленного сигнала и частотная характеристика фильтра

На рис.2 представлены графики смоделированного случайного процесса, сумма процесса и аддитивного белого шума, фильтрованного процесса, фильтрованного процесса с шумом, белого шума, его профильтрованная реализация и их среднеквадратичные отклонения (СКО).

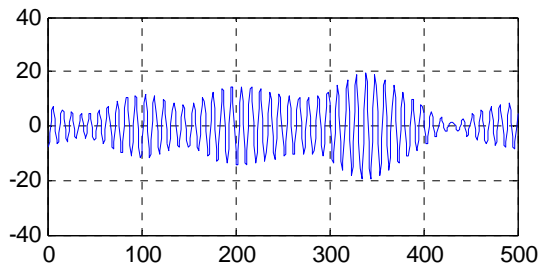
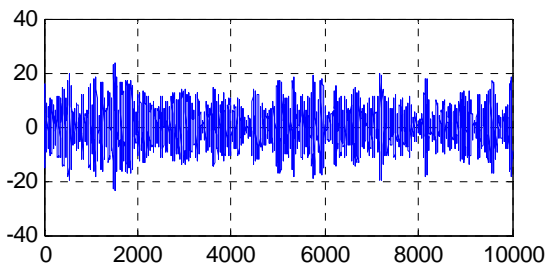
Исходный сигнал без шума (ско = 7) и его первые 500 точек



Сигнал со 100% шумом (ско = 10) и его первые 500 точек



Фильтрованный сигнал без шума, (ско= 6.93) и его первые 500 точек



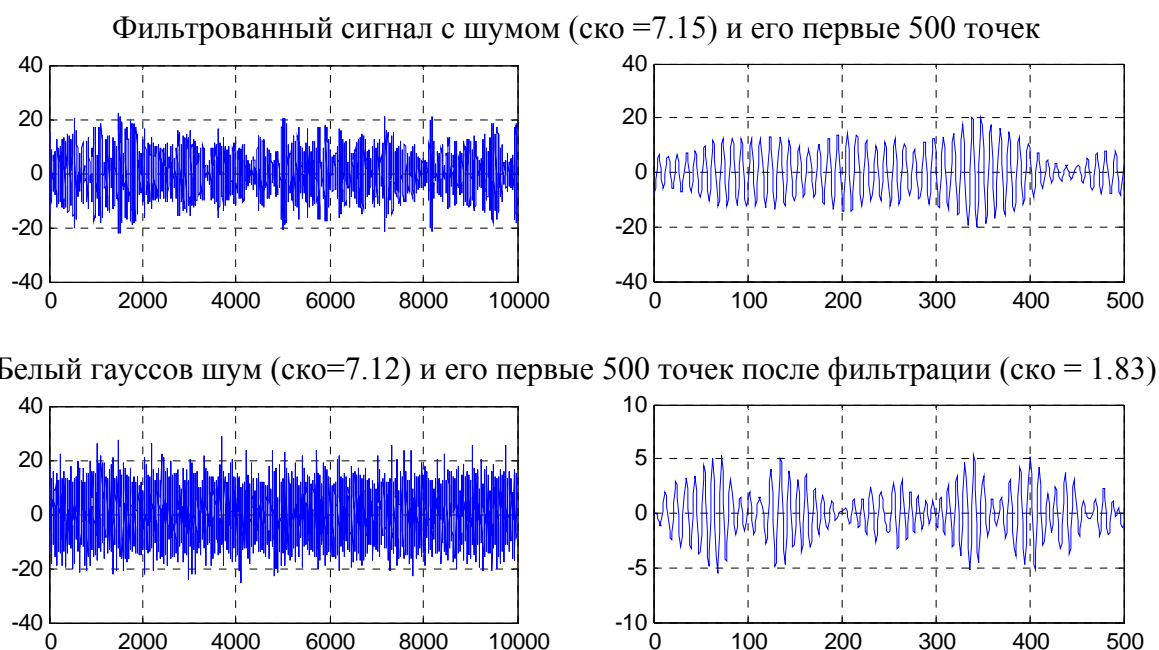


Рис.2. Графики моделей сигнала и шума

Технология эксперимента состояла в следующем. Для получения значений СКО МПО центральной частоты процесса его отсчеты, взятые из модели, подставлялись в матричное выражение логарифма функции правдоподобия (6). Затем строилась эта функция в зависимости от частоты и с помощью стандартной программы «Мах» системы «Матлаб» осуществлялся поиск положения ее максимума. Полученное значение принималось в качестве МПО доплеровской частоты. Далее, по этим данным вычислялись СКО найденных оценок. Для достаточной достоверности этой характеристики использовались 10000 точек реализации.

РЕЗУЛЬТАТЫ МОДЕЛЬНОГО ЭКСПЕРИМЕНТА

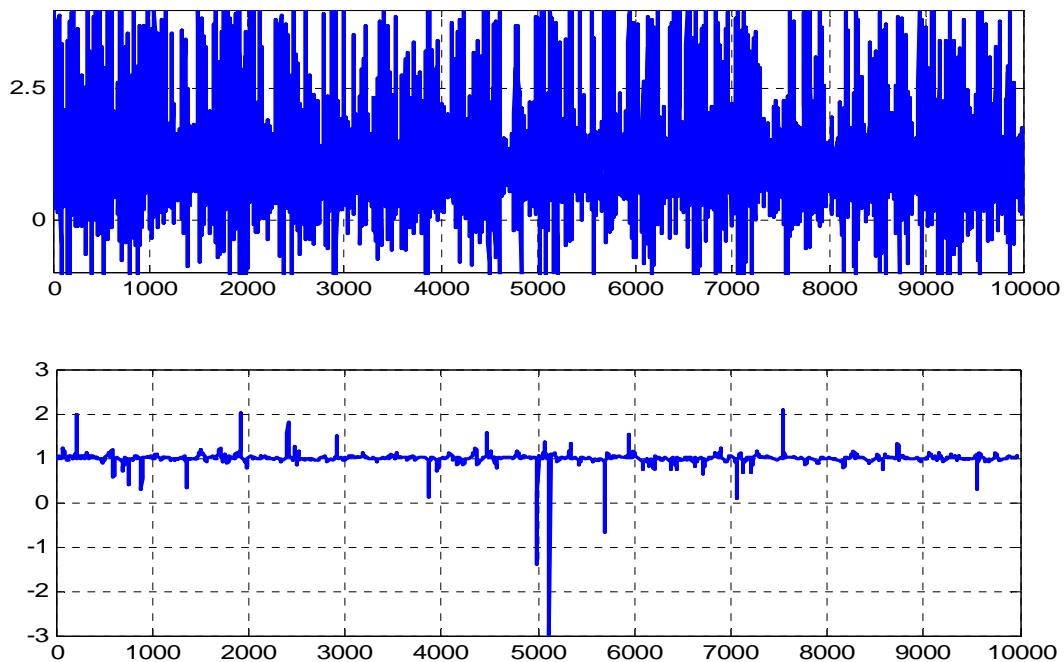
Результаты моделирования представлены в Таблице 1 в виде осредненных значений центральной частоты и ее СКО как функции числа отсчетов сигнала в присутствии не фильтрованного и фильтрованного шумов при отношениях сигнал/шум (С/Ш) 0,10; 20; 30 и 40 дБ. Данные получены при использовании 2-х, 3-х и 5-и отсчетов исследуемого процесса (Е - выборочное среднее, СКО – среднеквадратичные отклонения).

Таблица 1. Расчетные значения средней центральной частоты (Е) и ее СКО

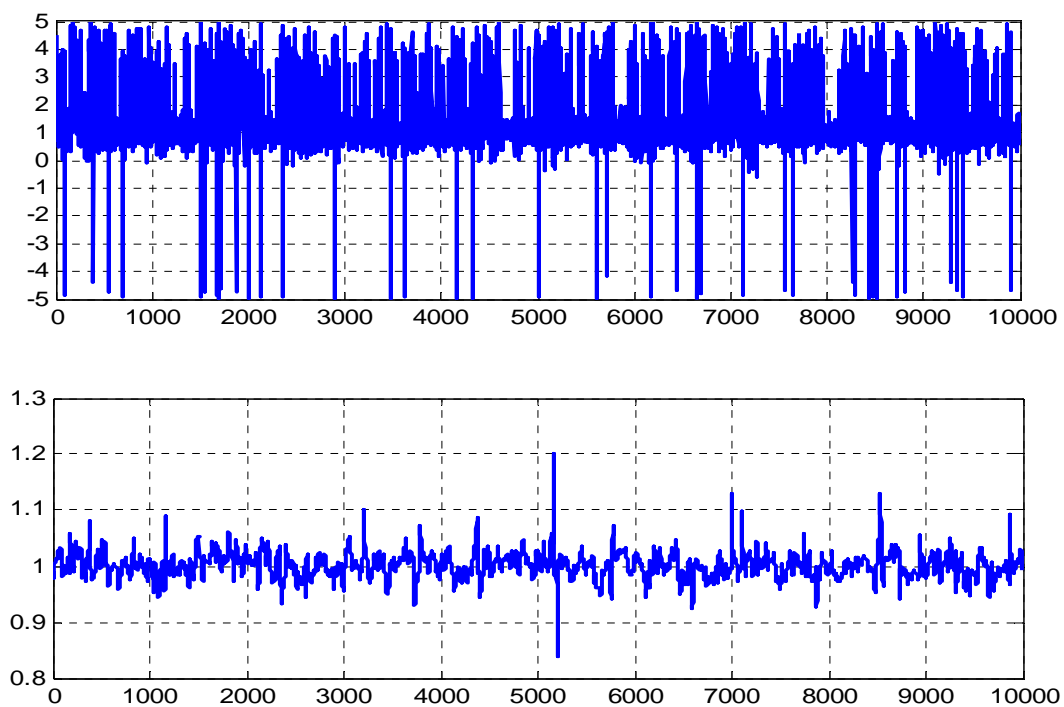
Число отсчетов	Отношение сигнал/шум, дБ									
	0		10		20		30		40	
	Е	СКО	Е	СКО	Е	СКО	Е	СКО	Е	СКО
2	1,25	1,77	1,041	0,921	0,999	0,24	0,995	9,144	0,993	0,115
	0,999	0,0918	0,995	0,0929	0,994	0,895	0,993	0,0874	0,993	0,0858
3	1,02	1,44	1,14	0,899	1,001	0,15	0,997	0,104	0,996	0,0712
	1,005	0,064	0,999	0,0377	0,999	0,0332	0,999	0,032	0,999	0,0315
5	1,64	1,23	1,12	0,607	1,007	0,118	0,993	0,070	0,999	0,0544
	1,007	0,0216	1,00	0,0171	1,007	0,0139	0,999	0,0123	1,001	0,0099

Для наглядной иллюстрации результатов проделанной работы на рис. 3-7 представлены графики МПО оценок центральной частоты в присутствии нефильтрованного (вверху) и

фильтрованного (внизу) шумов для 2-х и 5-ти используемых отсчетов процесса. По оси абсцисс отложены номера отсчетов.

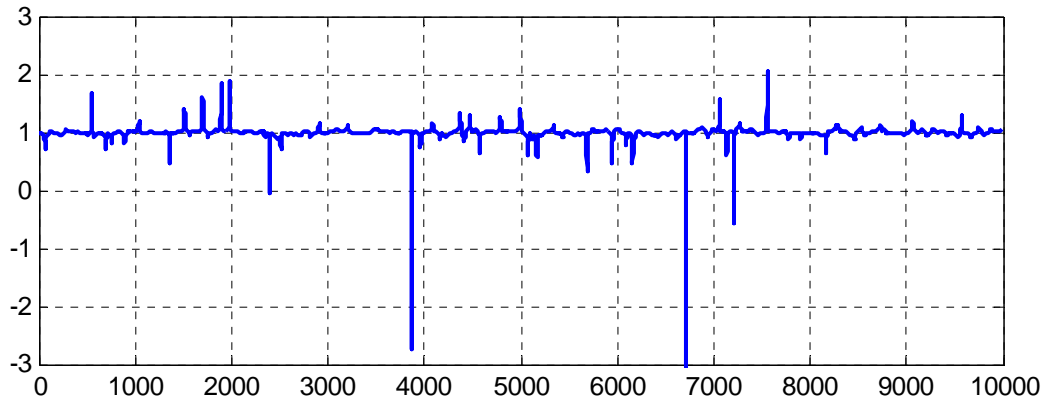
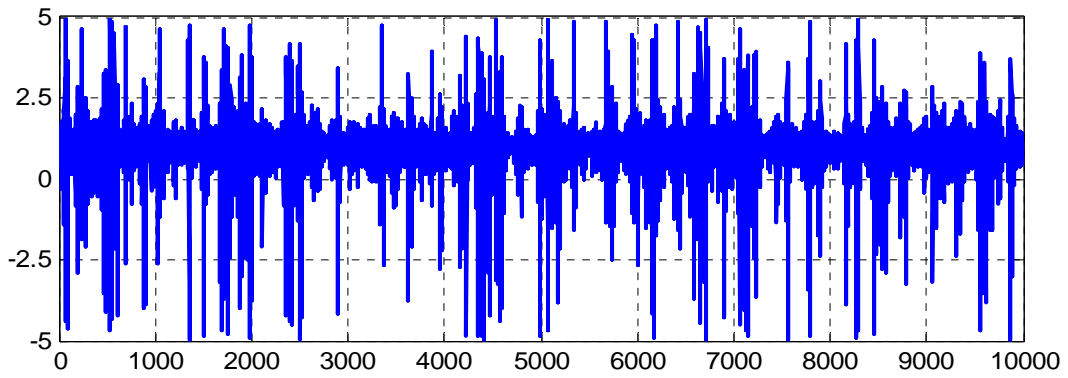


а) МПО частоты по 2-м отсчетам; верху $E=1,25$; $СКО = 1,77$; внизу $E=0,999$, $СКО = 0,0918$.

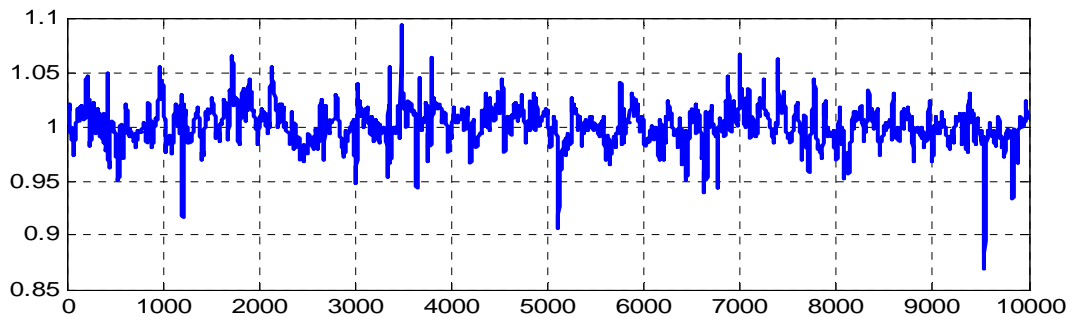
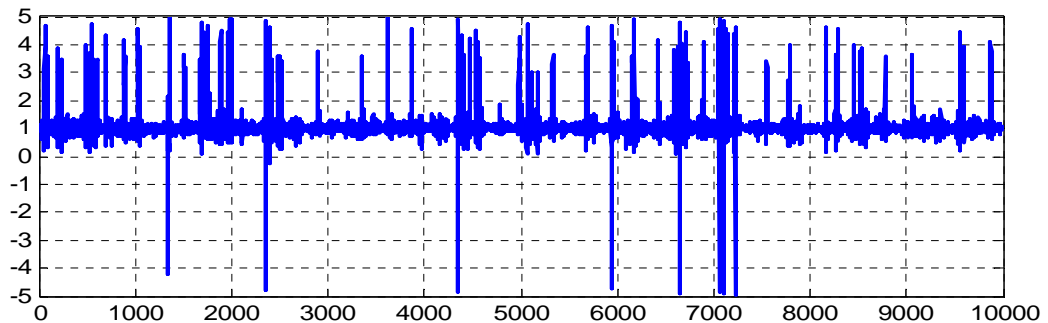


б) МПО частоты по 5-ти отсчетам: верху $E=1,64$; $СКО = 1,23$; внизу $E=1,001$; $СКО = 0,0216$.

Рис. 3. МПО частоты в присутствии нефильтрованного и фильтрованного шумов при отношении $C/Ш$ 0 дБ

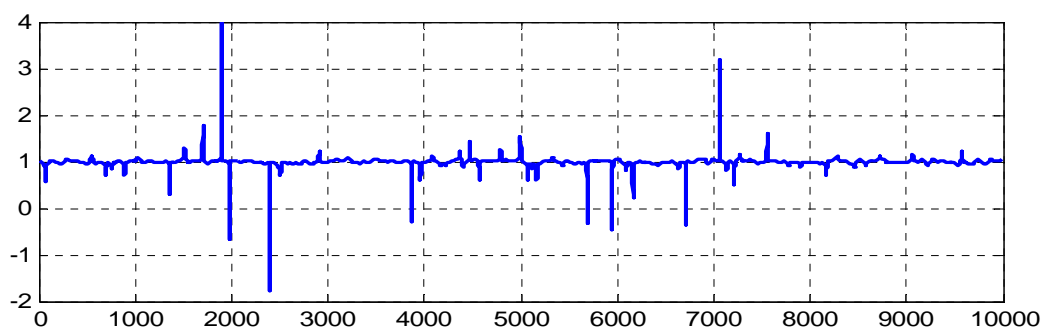
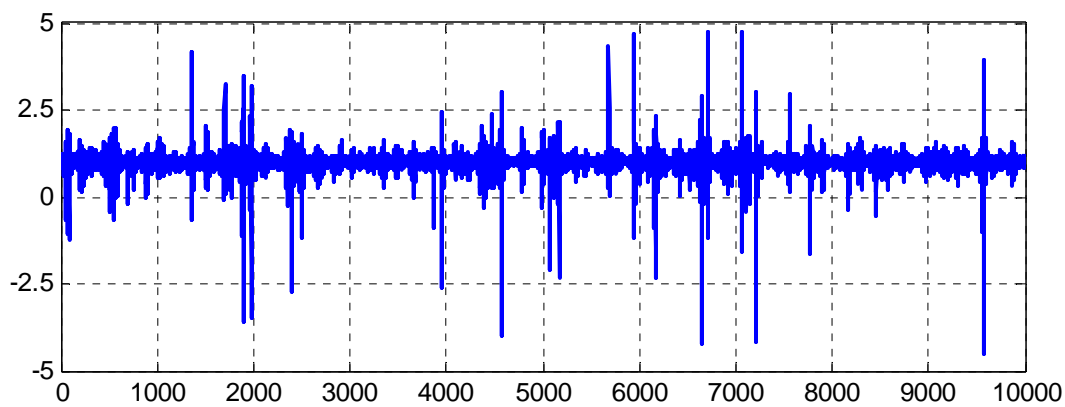


а) МПО частоты по 2 - м отсчетам: верху $E=1,04$; $СКО = 0,921$, внизу $E=0,995$; $СКО = 0,0929$.

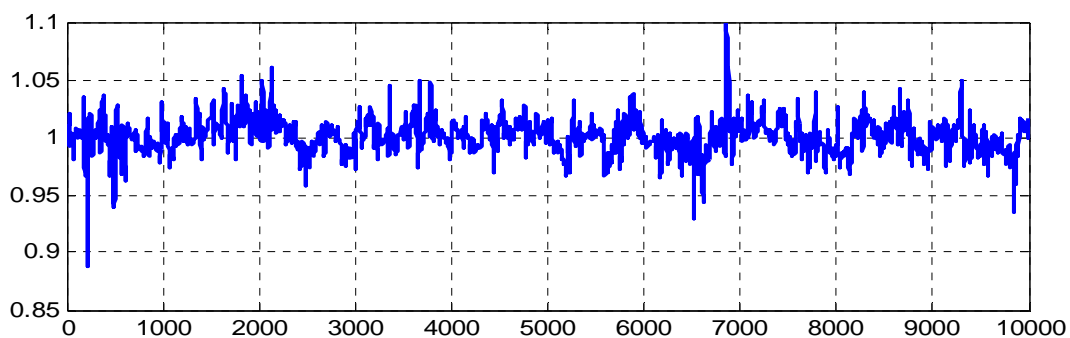
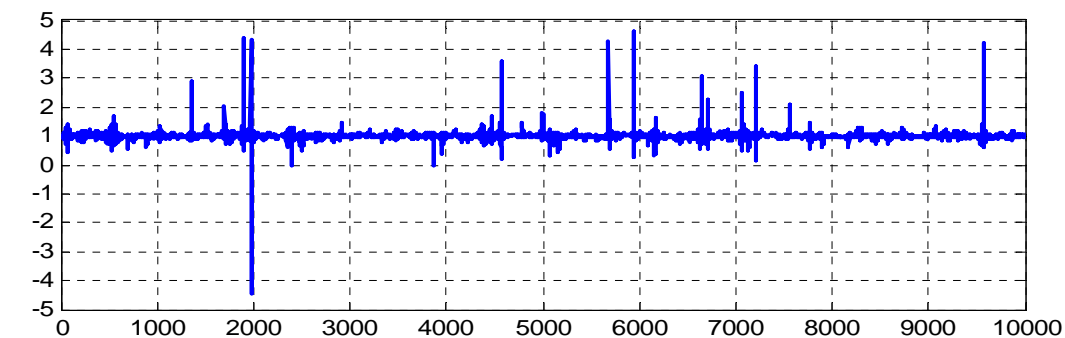


б) МПО частоты по 5 отсчетам: верху $E=1,12$; $СКО = 0,607$; внизу $E=1,000$; $СКО = 0,0171$

Рис. 4. МПО частоты в присутствии нефильрованного и фильтрованного шумов при отношении $C/Ш$ 10 дБ

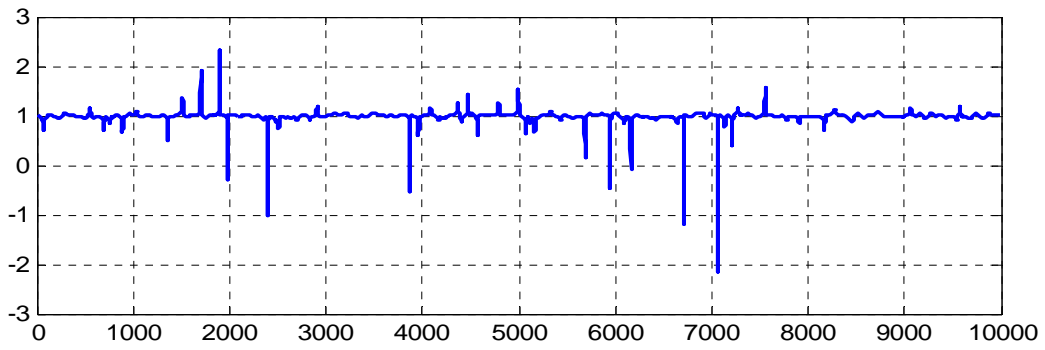
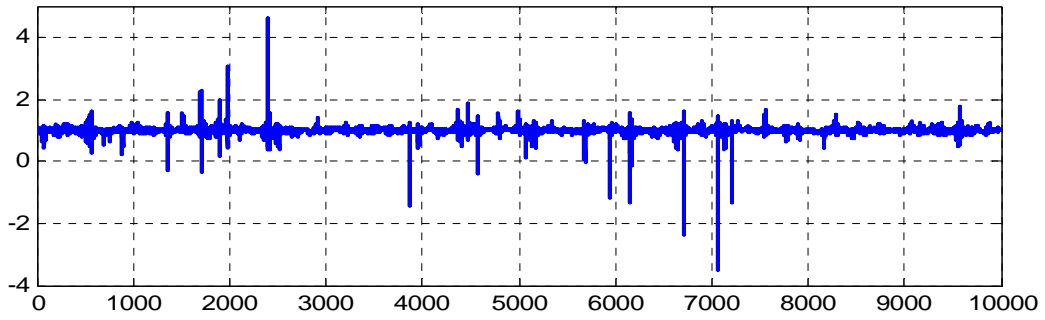


а) МПО по 2-м отсчетам: верху $E = 0,999$; $СКО = 0,240$; внизу $E = 0,994$; $СКО = 0,0895$

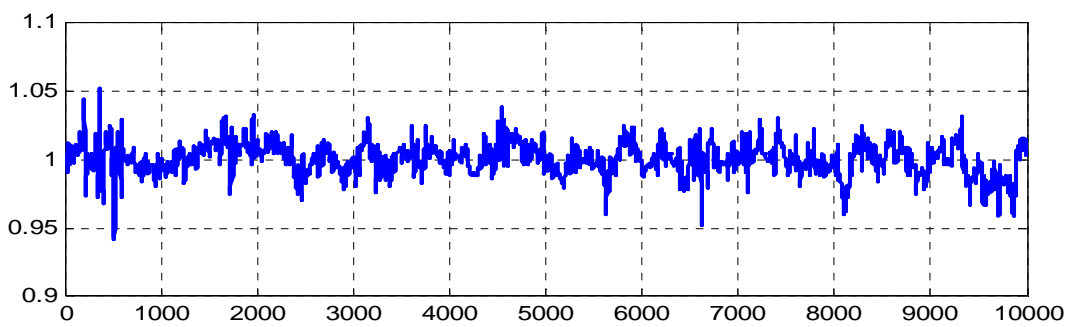
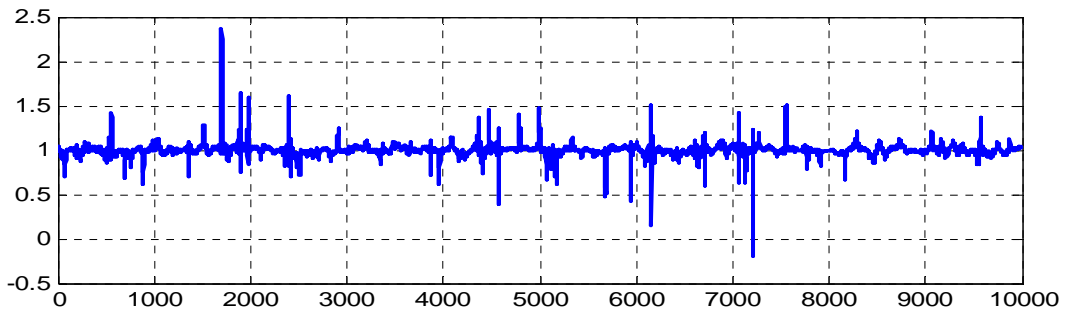


б) МПО частоты по 5 отсчетам: верху $E = 1,007$; $СКО = 0,118$; внизу $E = 1,007$; $СКО = 0,0139$

Рис.5. МПО частоты в присутствии нефильтрованного и фильтрованного шумов при отношении $C/Ш$ 20 дБ

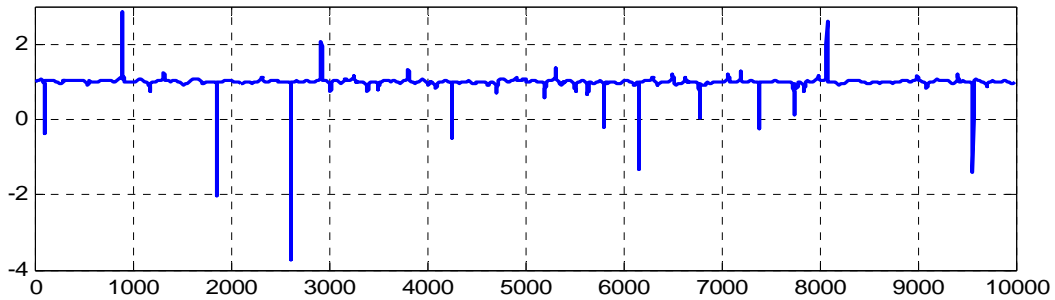
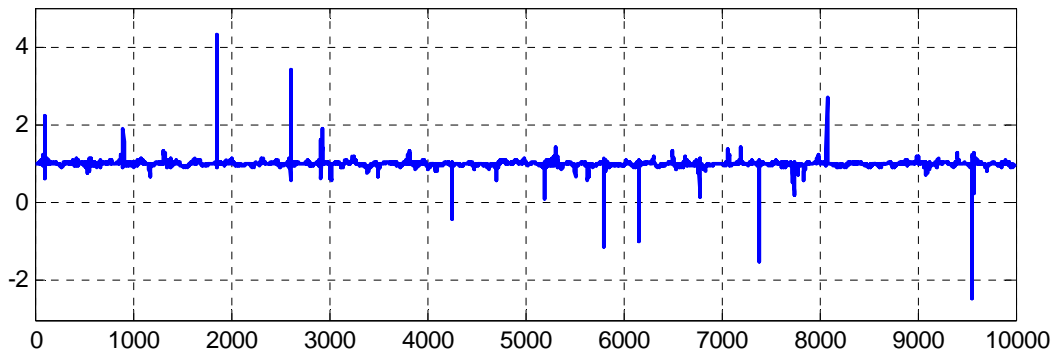


а) МПО по 2-м отсчетам: верху $E = 0,995$; $СКО = 0,144$; внизу $E = 0,993$, $СКО = 0,0874$

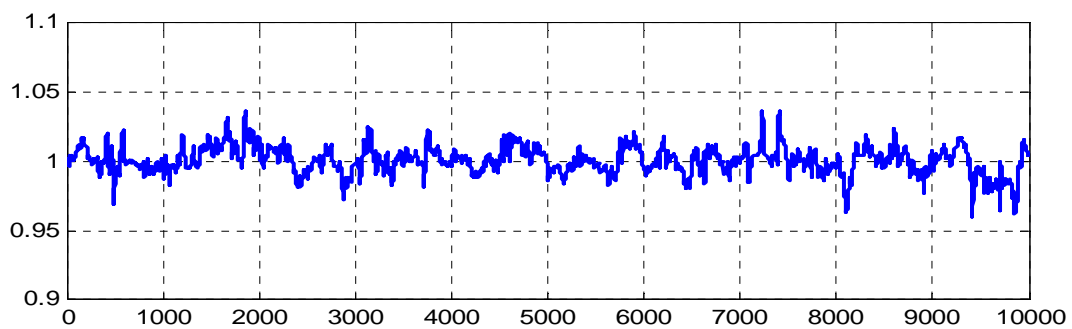
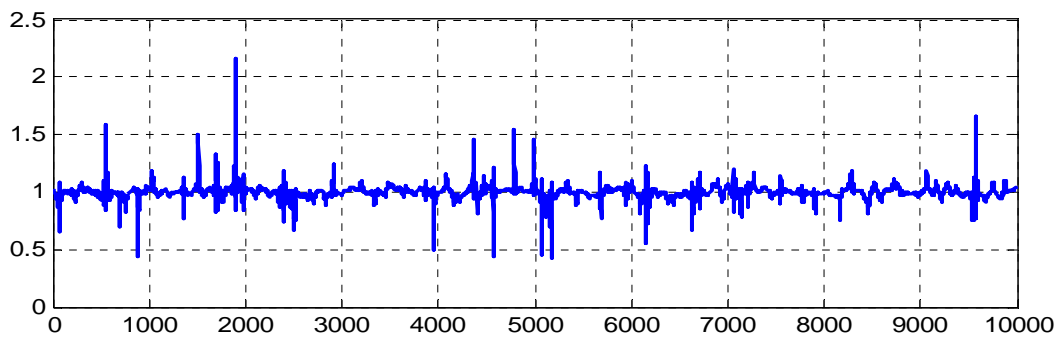


б) МПО частоты по 5 отсчетам: верху $E = 0,993$; $СКО = 0,0700$; внизу $E = 0,999$; $СКО = 0,0123$

Рис. 6. МПО частоты по в присутствии нефильтрованного и фильтрованного шумов при отношении С/Ш 30дБ



а) МПО частоты по 2-м отсчетам: верху $E=0,993$, $СКО = 0,115$, внизу $E=0,993$; $СКО=0,0858$



б) МПО частоты по 5 отсчетам: верху $E=0,999$; $СКО = 0,0544$; внизу $E=1,001$; $СКО = 0,0099$

Рис.7. МПО частоты в присутствии не фильтрованного и фильтрованного шумов при отношении С/Ш 40 дБ

Анализ результатов привел к следующим выводам:

При малых отношениях с/ш, например, 0 дБ, применение алгоритмов максимального правдоподобия к нефильтованному сигналу не позволяет получать приемлемые оценки частоты, так как СКО при использовании 2-х отсчетов составляют 177%, а при 5-ти отсчетах – 123%. При отношении с/ш = 10 дБ эти же цифры составляют, соответственно, 90% и 60%.

Узкополосная фильтрация резко снижает ошибки оценок частоты. При отношении $c/\sigma = 0$ дБ и использовании 2-х отсчетов сигнала выигрыш по точности при фильтрации составляет 20 раз, а при 5-ти отсчетах - 60. При отношении $c/\sigma = 10$ дБ эти же цифры составляют 10 и 35; для $c/\sigma = 20$ дБ 2,7 и 8; для $c/\sigma = 30$ дБ 1,6 и 6; для $c/\sigma = 40$ дБ 1,3 и 5,5.

Интересно оценить выигрыш, который обеспечивает увеличение числа отсчетов. При отношении $c/\sigma = 0$ дБ выигрыш по точности при использовании 5-ти отсчетов вместо 2-х составляет 4,25, при $c/\sigma = 10$ дБ - 5,4; при $c/\sigma = 20$ дБ - 6,4; при $c/\sigma = 30$ дБ - 7, при $c/\sigma = 40$ дБ - 9. С уменьшением шума выигрыш возрастает.

Что касается осредненных значений оценок частоты, как меры их смещения, то для нефильтрованного сигнала при отношении $c/\sigma = 0$ дБ смещение очень велико и составляет 25% для 2-х отсчетов и 64% для 5. С уменьшением шума смещение резко падает, и, если для 10 дБ оно составляет, соответственно, 4% и 12%, то при дальнейшем снижении шума смещение практически отсутствует.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Путем компьютерного моделирования показано, что фильтрация доплеровского сигнала в полосе равной 3-м ширинам его спектра существенно (в разы) снижает погрешности измерений. Эти данные помогут разработчикам доплеровской аппаратуры, исходя из требуемой точности измерений, выбрать значения полос пропускания фильтрующих устройств.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Лазерные доплеровские измерители скорости** / Ю.Н. Дубнищев, В.П. Коронкевич, В.С. Соболев и др., Под ред. Ю.Е. Нестерихина. Новосибирск: Наука, 1975. 164 с.
2. **Коронкевич В.П., Соболев В.С., Дубнищев Ю.Н.** Лазерная интерферометрия. Новосибирск: Наука, 1983. 214 с.
3. **Doviak R.J., Zrnich D.S.** Doppler Radar and Weather Observations, 2-nd ed., Dover Publications Inc., 2006. 562 p.
4. **Frelich R. G., Yadlofsky M. J.** Performance of Mean-Frequency Estimators for Doppler Radar and Lidar // Journal of atmospheric and oceanic technology. 1994. V. 11, October.
5. **Соболев В.С.** Оптимальные оценки параметров оптических сигналов. Новосибирск, Изд-во СО РАН, 2011. 134 с.
6. **Соболев В.С., Журавель Ф.А.** Максимально правдоподобные оценки частоты сигналов лазерных доплеровских анемометров // Радиотехника и электроника. 2014. Т. 59, №4. С. 322-330.
7. **Sobolev V. S., Feshenko A.A.** Accurate Cramer-Rao Bounds for a Laser Doppler anemometer // IEEE transactions on instrumentation and measurement. 2006. V. 55, № 2. P. 659-667.
8. **Ван Трис Г.** Теория обнаружения, оценок и модуляции. Т. 3. М.: Сов Радио, 1977. 664 с.
9. **Дюррани Т., Грэйтид К.** Лазерные системы в гидродинамических измерениях: Пер. с англ. М.: Энергия, 1980. 336 с.
10. **Дубнищев Ю.Н., Ринкевичус Б.С.** Методы лазерной доплеровской анемометрии, М.: Наука, 1982. 304 с.
11. **Банах В.А., Смалихо И.Н.** Когерентные доплеровские ветровые лидары в турбулентной атмосфере. Томск, Изд-во ИОА СО РАН, 2013. 303 с.
12. **Левин Б.Р.** Теоретические основы статистической радиотехники, книга 2. М.: Сов. Радио, 1968.
13. **Sirmans D., Bumgarner B.** Numerical Comparison of Five Mean Frequency Estimators // J. Appl. Meteor. 1975. V. 14. P. 991-1003.

V.S. Sobolev, F.A. Zhuravel, G.A. Kashcheeva

*Institute of Automation and Electrometry Russian Academy of Sciences, Siberian Branch, Russia,
630090, Novosibirsk, Acad. Koptyug Ave., 1, E-mail: sobolev@iae.nsk.su*

**EVALUATION OF THE NARROW-BAND RANDOM NORMAL PROCESS CENTER
FREQUENCY IN THE PRESENCE OF COLORED ADDITIVE NOISE**

A methodology for maximum likelihood estimates of the Doppler signal center frequency in the presence of additive colored noise is developed. It is shown that the pre-filtering of white noise in the band greater than the width of the spectrum of the Doppler signal three times reduces the error estimates by 3-10 times .

LASER LOCATION, LASER DOPPLER ANEMOMETRY, MAXIMUM LIKELIHOOD
ESTIMATES, FILTERING