



УДК 681.3.07

А.Е. Бондарев, Е.А. Нестеренко

*Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН, Россия,
125047, Москва, Миусская пл., 4, E-mail: bond@keldysh.ru*

ПРИБЛИЖЕННЫЙ ПОЛУЭМПИРИЧЕСКИЙ ПОДХОД К ОЦЕНКЕ СОПРОТИВЛЕНИЯ ТРЕНИЯ НА ТЕЛАХ ВРАЩЕНИЯ

АННОТАЦИЯ

Рассмотрен метод верификации численных расчетов вязких течений на основе приближенного полуэмпирического подхода. Приближенный подход основан на экспериментальных результатах течения на пластине и методе эффективной длины. Методика используется для оценки коэффициента сопротивления трения и характерных толщин пограничного слоя в задачах обтекания осесимметричных тел вязким потоком. Описаны практические аспекты реализации метода. Представлено обобщение приближенного полуэмпирического подхода на случай обтекания удлиненных тел вращения под небольшими углами атаки. Описанный подход может быть использован для отладки моделей и вычислительных кодов в случае отсутствия экспериментальных данных.

ВЯЗКИЕ ТЕЧЕНИЯ, СОПРОТИВЛЕНИЕ ТРЕНИЯ, ВЕРИФИКАЦИЯ

ВВЕДЕНИЕ

В настоящей работе рассматривается приближенный полуэмпирический подход, предназначенный для оценки коэффициента сопротивления трения и характерных толщин пограничного слоя в задачах обтекания осесимметричных тел вязким потоком в ламинарном и турбулентном режимах.

В задачах численного моделирования обтекания тел потоком вязкого газа особое значение приобретает проблема верификации численных результатов. Это связано, в общем и целом, с тем, что моделирование вязких течений с использованием уравнений Навье-Стокса приводит к добавлению схемной вязкости к моделируемой физической вязкости исследуемой задачи. Исследователь должен иметь четкое представление о том, какая вязкость в итоге определяет численное решение: моделируемая физическая или добавляемая схемная, являющаяся свойством той или иной применяемой разностной схемы. Если для случая ламинарных течений возможно сравнение с известными решениями для пограничного слоя [1 – 3], то для турбулентных течений задача верификации становится еще более важной, так как применение той или иной модели турбулентности полностью определяет турбулентную вязкость задачи. Турбулентная вязкость на порядки превышает ламинарную и оказывает существенное влияние на итоговые аэродинамические характеристики тела в потоке газа.

Выбор модели турбулентности во многом определяет численное решение. Моделей существует большое количество, и при выборе конкретной модели и ее применения необходимо проведение верификационных процедур. Особенную важность это приобретает

при использовании моделей турбулентности, объединяющих в себе свойства модели пристеночного типа и модели слоя смешения.

Наилучшей процедурой верификации является сравнение с натурным физическим экспериментом. Однако проведение подобного сравнения не всегда возможно ввиду отсутствия экспериментальной базы для конкретной исследуемой задачи. Для подобных случаев была разработана приближенная полуэмпирическая методика оценки коэффициента сопротивления трения тела в потоке и характерных толщин пограничного слоя. Под характерными толщинами пограничного слоя имеется в виду как сама толщина пограничного слоя, так и характерные интегральные толщины: толщина вытеснения и толщина потери импульса.

Приближенная полуэмпирическая методика основана на работах Л.В. Козлова [1 – 3] и В.С. Авдеевского [4, 5]. В работах Козлова описан и обобщен ряд экспериментальных исследований течения в турбулентном пограничном слое на плоской пластине. В этих экспериментах с помощью плавающего датчика проводились одновременные измерения напряжения поверхностного трения и тепловых потоков в турбулентном пограничном слое для различных значений чисел Маха и Рейнольдса и температурного фактора. В результате этих исследований стало возможным обобщение экспериментальных результатов для сопротивления трения и характерных толщин пограничного слоя в виде степенных зависимостей.

В работах [4, 5] вводится понятие эффективной длины. Эффективная длина – это длина плоской пластины, на которой при внешнем течении с такими же параметрами, как и в рассматриваемой точке обтекаемого тела, нарастает такой же пограничный слой с аналогичными свойствами. Введение этого понятия позволило применить степенные зависимости Л.В. Козлова к телам вращения с криволинейной образующей.

Этот подход был модифицирован и широко применялся в начале 1990-х годов для оценки параметров пограничного слоя при моделировании вязкого обтекания тел вращения в практических расчетах. Следует заметить, что в те годы расчеты с использованием полной системы уравнений Навье-Стокса и введением модели турбулентности были не столь распространены, как сейчас. Методика использовалась для организации расчетов следующим образом. Моделирование обтекания тела проводилось невязким потоком с использованием системы уравнений Эйлера. Полученное распределение газодинамических функций на поверхности обтекаемого тела использовалось для оценки коэффициента сопротивления трения по приближенной методике. Далее формировался суммарный коэффициент сопротивления тела. Проводимые таким образом расчеты позволяли достигать погрешности при сравнении с натурным экспериментом, не превышающей 3%.

В настоящее время описываемый приближенный подход к оценке сопротивления трения может оказаться также весьма полезным. Так, например, при расчетах обтекания тела вращения вязким потоком на основе использования полной системы уравнений Навье-Стокса для моделирования турбулентных режимов течения перед исследователем встает задача выбора модели турбулентности. А после выбора модели возникает следующая задача – надо провести «тонкую настройку» выбранной модели к исследуемому классу задач. При отсутствии экспериментальных данных приближенная методика, позволяющая по газодинамическим параметрам на границе пограничного слоя получать оценочное значение коэффициента сопротивления трения, становится эффективным средством верификации.

На основе этого была построена и программно реализована методика, позволяющая получать оценку сопротивления трения и распределение характерных толщин пограничного слоя для тел удлиненных тел вращения [3]. В качестве входных газодинамических параметров методика использует распределения газодинамических величин по поверхности обтекаемого тела, получаемые из решения задач математического моделирования с помощью уравнений Эйлера или Навье-Стокса. При решении уравнений Эйлера в методике используются распределения газодинамических величин на поверхности обтекаемого тела, а при решении уравнений Навье-Стокса используются параметры, взятые с внешней границы

пограничного слоя. Приближенная полуэмпирическая методика обобщена на случай обтекания удлиненных тел вращения под небольшими углами атаки. В этом случае рассматривается распределение местного коэффициента сопротивления трения вдоль линий тока. Линии тока строятся по поверхности тела также по внешним параметрам погранслоя.

Приближенная полуэмпирическая методика реализована в виде отдельных программных модулей, подключаемых к программным комплексам моделирования обтекания тел в двумерном и трехмерном случае. Следует заметить, что при возникновении отрывных зон и при срыве потока с задней части тела данная методика неприменима. Тем не менее, во многих практических случаях данный подход позволяет получать оценочные величины, которые в дальнейшем могут быть использованы при верификации моделей и численных методов. Также эта методика может быть использована для выбора, отладки и тонкой настройки моделей турбулентности, используемых в расчетах.

ОПИСАНИЕ ПРИБЛИЖЕННОГО ПОДХОДА

Рассматривая обтекание осесимметричного тела вязким потоком сжимаемого газа под нулевым углом атаки, задача определения суммарного коэффициента трения ставится, как нахождение в каждой точке осесимметричного тела местного коэффициента трения и дальнейшее нахождение суммарного коэффициента трения путем интегрирования местного коэффициента по всей поверхности тела.

Для плоской пластины, помещенной в вязкий поток, обладающий аналогичными свойствами, экспериментальные исследования Козлова [1 – 3] и других авторов позволяют находить местный коэффициент трения с помощью общей аппроксимирующей зависимости:

$$C_f = A1 \cdot \text{Re}_x^{A2} \cdot (1 + 0,72 \cdot r \cdot \frac{\gamma - 1}{2} \cdot M_w^2)^{A3}, \quad (1)$$

где $r \approx 0,88$; $\gamma = c_p / c_v$ – соотношение удельных теплоемкостей; $M_w = u_w / a_w$ – местное число Маха на теле. Здесь число $\text{Re}_x = \rho_w u_w x / \mu_w$ – это местное число Рейнольдса, вычисляемое по длине пластины x в каждой точке пластины.

Для случая полностью ламинарного течения коэффициенты в формуле для нахождения местного коэффициента трения выбираются следующим образом: $A1 = 0,646$; $A2 = -0,5$; $A3 = -0,15$. Для турбулентного случая – $A1 = 0,059$; $A2 = -0,2$; $A3 = -0,55$.

Для того, чтобы применить эти зависимости для нахождения местного коэффициента трения на осесимметричном теле с криволинейной образующей, следует использовать метод эффективной длины [4, 5]. Считаем, что в точке (x^*, R) на теле сформировался тепловой пограничный слой толщиной δ_T . Эффективной длиной $x_{\text{эф}}$ называют длину плоской пластины на которой при внешнем течении с такими же параметрами как в рассматриваемой точке тела нарастает такой же пограничный слой как и на длине l^* рассматриваемого тела. Для осесимметричного случая $x_{\text{эф}}$ будет длиной некоего цилиндра с радиусом равным радиусу R . Для того, чтобы воспользоваться приведенным выше соотношением для коэффициента трения, вместо местного числа Рейнольдса используют эффективное число Рейнольдса, т.е. число Рейнольдса, рассчитанное по эффективной длине:

$$\text{Re}_f = \frac{\rho_w u_w x_f}{\mu_w}, \quad (2)$$

где ρ_w и u_w – значения плотности и скорости на внешней границе пограничного слоя для конкретной точки на теле, а μ_w – значение коэффициента вязкости на теле, которое вычисляется, например, с помощью формулы Сазерленда. Эффективную длину x_f согласно

[4,5] можно определить с помощью соотношения:

$$x_f = \frac{1}{\rho_w u_w R^{A4}} \cdot \int_0^l \rho_w u_w R^{A4} dl, \quad (3)$$

где коэффициент $A4 = 2$ для ламинарного случая и $A4 = 1,25$ для турбулентного случая.

Кроме оценки коэффициента сопротивления трения на теле в рамках приближенного полуэмпирического подхода, представленного выше, можно определять в каждой конкретно взятой точке на образующей тела характерные параметры пограничного слоя, такие как толщина пограничного слоя δ и интегральные толщины пограничного слоя: толщина вытеснения δ^* и толщина потери импульса δ^{**} .

Схема вычисления характерных толщин пограничного слоя в точке на теле для случая турбулентного пограничного слоя выглядит следующим образом: для каждой точки тела вычисляется эффективная длина и эффективное число Рейнольдса. Далее применяются следующие соотношения:

$$\delta = B1 \cdot \text{Re}_f^{B2} \cdot x_f \cdot (1 + 0.72 \cdot r \cdot \frac{\gamma - 1}{2} \cdot M_w^2)^{B3}, \quad (4)$$

$$\delta^* = B4 \cdot \delta, \quad (5)$$

$$\delta^{**} = (B5 \cdot \delta) / (1 + 0.72 \cdot r \cdot \frac{\gamma - 1}{2} \cdot M_w^2). \quad (6)$$

Для ламинарного случая коэффициенты в вышеприведенных соотношениях задаются как $B1 = 0,37$; $B2 = -0,2$; $B3 = 0,85$; $B4 = 0,376$; $B5 = 0,14$, а для турбулентного как $B1 = 4,64$; $B2 = -0,5$; $B3 = 0,34$; $B4 = 0,125$; $B5 = 0,097$.

Таким образом, имея полученные из численного расчета газодинамические величины по поверхности обтекаемого тела, можно определить коэффициент трения для тела и характерные толщины пограничного слоя в каждой точке. Однако данные прямо с поверхности мы можем использовать только в том случае, если мы применяем для расчета обтекания тела уравнения Эйлера. В том случае, если моделирование обтекания тела проводится с помощью полной системы уравнений Навье-Стокса, задача несколько усложняется. Для получения распределения газодинамических параметров по поверхности обтекаемого тела надо использовать внешнюю границу образующегося на теле пограничного слоя. Для того чтобы получить параметры на внешней границе необходимо строить модуль, анализирующий рассчитанный профиль скорости в каждой точке образующей тела.

Описанный подход позволяет получать оценочные значения для коэффициента трения и характерных толщин пограничного слоя для тел, обтекаемых под нулевым углом атаки. Для того чтобы рассмотреть ненулевые углы атаки приближенный подход следует применять следующим образом:

- Сначала на поверхности тела определяется линия растекания.
- Далее от линии растекания по газодинамическим параметрам расчета строятся линии тока на поверхности тела с некоторым шагом.
- Вдоль каждой линии тока применяется вышеописанный приближенный подход.

В результате получается распределение местного коэффициента трения по поверхности обтекаемого тела, далее проводится интегрирование по поверхности.

Разумеется, вышеописанный подход работает лишь при условии безотрывного обтекания. Это означает, что его применение ограничено, во-первых, условием достаточной

гладкости поверхности, а во-вторых, условием выбора небольших углов атаки, то есть там, где нет срыва потока с обтекаемого тела.

Подобные результаты предназначены служить ориентиром в случае отсутствия надежных экспериментальных данных. Также они оказываются весьма полезны при выборе, реализации и тонкой настройке моделей турбулентности, используемых в процессе моделирования обтекания.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ

Представленная в предыдущих разделах методика была реализована в виде двух самостоятельных программных модулей, написанных на языках С и Fortran90. Реализованные программные модули могут применяться пользователем автономно, а также могут достаточно просто подключаться к основным программам моделирования течений. Результаты верификации работы программных модулей, а также результаты их практического применения представлены в работе [6]. В данной работе рассматривались результаты применения подхода к течению на пластине, где проводилась отладка используемой в расчетах модели турбулентности. Также программная реализация подхода была применена к различным задачам обтекания удлиненных осесимметричных тел при различных числах Маха. Пример подобного тела представлен на рис. 1. Здесь показано тело вращения и изолинии скорости при обтекании тела турбулентным потоком при числе Маха, равном 2,08. Входные параметры для реализации приближенной методики оценки коэффициента сопротивления трения и характерных толщин пограничного слоя брались с внешней границы пограничного слоя (рис. 2).

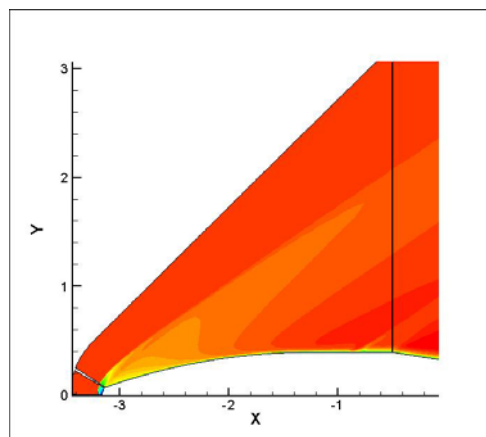


Рис.1. Распределение скорости при обтекании тела вращения

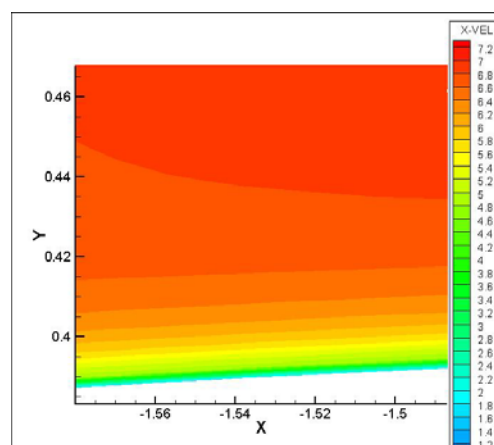


Рис.2. Распределение скорости в пограничном слое

Реализация подхода позволила получить оценочные значения коэффициента трения, которые в дальнейшем были использованы для отладки организации расчета и настройки параметров модели турбулентности.

Следует заметить, что описанный подход не учитывает возможности перехода пограничного слоя из ламинарного режима в турбулентный. Пограничный слой изначально предполагается либо полностью ламинарным, либо полностью турбулентным. Это является еще одним серьезным ограничением описанного приближенного подхода.

Тем не менее, для достаточно большого количества задач он позволяет получать оценки, которые могут служить определенными ориентирами для отладки моделей и методов расчета при отсутствии результатов натурных экспериментов и точных решений.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Рассмотрена практическая реализация приближенного полуэмпирического подхода оценки коэффициента сопротивления трения и при обтекании осесимметричных тел вязким потоком газа. Данный подход позволяет получать оценочные величины, которые могут быть полезны в задачах верификации моделей и численных методов. При отсутствии экспериментальных данных для конкретных практических задач данный подход может использоваться для отладки и настройки численных методов, организации расчетов, используемых моделей турбулентности. Подход обобщен на случай безотрывного обтекания осесимметричных удлиненных тел под небольшими углами атаки.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Козлов Л.В.** Экспериментальное исследование поверхностного трения на плоской пластине в сверхзвуковом потоке при наличии теплообмена // Изв. АН СССР. Механика и машиностроение, 1963. №2. С.11-20.
2. **Козлов Л.В.** Экспериментальное определение закона теплообмена для турбулентного пограничного слоя в сверхзвуковом потоке // Исследование теплообмена в потоках жидкости и газа. М.: Машиностроение, 1965. С. 91-109.
3. **Козлов Л.В.** Моделирование тепловых режимов космического аппарата и окружающей его среды. М.: Машиностроение, 1971. 380 с.
4. **Авдеевский В.С.** Приближенный метод расчета пространственного трехмерного ламинарного пограничного слоя // Изв. АН СССР. Механика и машиностроение, 1962. №2. С.11-16.
5. **Авдеевский В.С.** Метод расчета пространственного турбулентного пограничного слоя в сжимаемом газе // Изв. АН СССР. Механика и машиностроение, 1962. №4. С.3-13.
6. **Bondarev A.E., Nesterenko E.A.** Approximate method for estimation of friction forces for axisymmetric bodies in viscous flows // "Mathematica Montisnigri", Vol. XXXI, 2014, P. 54-63.

A.E. Bondarev, E.A. Nesterenko

*Keldysh Institute of Applied Mathematics RAS, Russia,
125047, Moscow, Miusskaya sq, 4, E-mail: bond@keldysh.ru*

APPROXIMATE SEMI-EMPIRICAL ESTIMATION OF FRICTION COEFFICIENT FOR AXISYMMETRIC OBJECTS

The paper considers verification method for numerical modelling of bodies in viscous flow. The verification is based on approximate semi-empirical approach. The approach uses experimental data for flat plate and "effective length" method. One can apply approximate approach to estimate

friction coefficient and specific thicknesses of boundary layer for axisymmetric objects placed in viscous flow. The approach is generalized for the flows with small angles of attack without separation effect. Practical aspects of approximate approach are described. Described approach can be used for verification and improving of numerical models in the case of lack of experimental data.

VISCOUS FLOWS, FRICTION COEFFICIENT, VERIFICATION