

*Двенадцатая Международная научно-техническая конференция
«Оптические методы исследования потоков»
Москва, 25 — 28 июня 2013 г.*

УДК 535.8

В.С. Соболев, Ф.А. Журавель

*Федеральное государственное бюджетное учреждение науки
Институт автоматики и электрометрии Сибирского отделения РАН, Россия
630090, г. Новосибирск, просп. Академика Коптюга, 1, E-mail: sobolev@iae.nsk.su*

**ИССЛЕДОВАНИЕ ПУТЕЙ ПОЛУЧЕНИЯ МАКСИМАЛЬНО ПРАВДОПОДОБНЫХ
ОЦЕНОК ЧАСТОТЫ СИГНАЛОВ ЛАЗЕРНЫХ ДОПЛЕРОВСКИХ АНЕМОМЕТРОВ**

АННОТАЦИЯ

Представлен вывод уравнения правдоподобия для оптимальных по точности оценок параметров сигналов лазерных доплеровских анемометров, показаны пути получения соответствующих оценок доплеровской частоты, приведены результаты модельного эксперимента, характеризующие качество получаемых оценок

**ЛАЗЕРНЫЕ ДОПЛЕРОВСКИЕ СИСТЕМЫ, МАКСИМАЛЬНО ПРАВДОПОДОБНЫЕ
ОЦЕНКИ**

ВВЕДЕНИЕ

Известно [1-3], что оценки параметров сигналов по критерию максимального правдоподобия обладают минимальной дисперсией, и потому естественно желание специалистов применить эти методы для обработки сигналов в такой актуальной области, как лазерная доплеровская анемометрия. Возможность подобного подхода вполне реальна, так как доплеровский сигнал представляет собой нормальный узкополосный случайный процесс, совместная плотность вероятностей значений которого известна. Рассматривая ее как функцию правдоподобия неизвестных параметров сигнала, можно, используя измеренные его значения, найти их максимально правдоподобные оценки.

Проблема обработки сигналов лазерных доплеровских анемометров (ЛДА) с целью получения достоверных оценок доплеровской частоты (измеряемой скорости) имеет большую историю и нашла свое отражение во множестве публикаций, например, [4-7]. Однако лишь небольшое их количество посвящено получению оптимальных по точности оценок доплеровской частоты, хотя эта задача весьма остро стоит уже более 50 лет. Пока можно констатировать, что она нашла свое решение только для случая одночастичного режима работы ЛДА [8-10]. Что касается многочастичного режима, то имеется лишь одна публикация [11], посвященная решению этой задачи, но она касается случая, когда на первом этапе обработки доплеровского сигнала осуществляется его частотная демодуляция, а затем уже к полученным результатам применяется алгоритм максимально правдоподобных оценок доплеровской частоты.

В то же время имеется ряд достаточно продвинутых публикаций, относящихся к применению методов максимального правдоподобия для получения оптимальных оценок параметров сигналов погодных радиолокаторов [12] и ветровых доплеровских лидаров [13-16]. В некоторых из них решение поставленных задач доведено до алгоритмов получения

максимально правдоподобных оценок доплеровской частоты, мощности сигнала и ширины его спектра. Пути получения этих решений весьма продуктивны и будут использованы нами в этой работе. Но прежде чем обсуждать их адаптацию к задаче получения оценок параметров сигналов ЛДА, рассмотрим вопрос о том, в чем похожи и чем отличаются сигналы доплеровских лидаров и ЛДА.

Хотя сигналы обоих типов доплеровских систем являются результатом рассеяния лазерного излучения на ансамбле случайно расположенных в пространстве аэрозольных частиц и хорошо аппроксимируются нормальным узкополосным случайным процессом, различаются они существенно, так как образуются различным образом. Сигнал доплеровского лидара получается в результате рассеяния зондирующего импульса на ансамбле аэрозольных частиц, причем длительность сигнала, рассеянного одиночной частицей равна длительности зондирующего импульса. Поскольку это так, спектральная плотность суммарного (от многих частиц) лидарного сигнала в силу известной теоремы Кэмпбела будет повторять спектр сигнала от одиночной частицы, и его ширина будет постоянной величиной, равной обратной величине длительности зондирующего импульса. В силу того, что диаметр зондирующего луча достаточно велик, а длительность зондирующего импульса очень мала (менее одной микросекунды), рассеивающая частица, пересекая луч в течение импульса не успевает. По этой причине ширина спектра получаемого сигнала от скорости в первом приближении не зависит.

Сигнал доплеровского анемометра образуется в процессе пересечения частицей зондирующих лучей, в результате чего длительность сигнала от одиночной частицы существенно зависит от величины ее скорости и обратно пропорциональна ей. Вследствие этого, ширина спектра сигнала ЛДА, в противоположность сигналу лидара, зависит от скорости и прямо пропорциональна ей. Хотя доплеровская частота как для лидара, так для ЛДА оказывается пропорциональной скорости, однако поведение их спектров при изменении скорости различно. Это различие иллюстрирует Рис.1, где изображены спектры обоих сигналов для двух различных доплеровских частот.

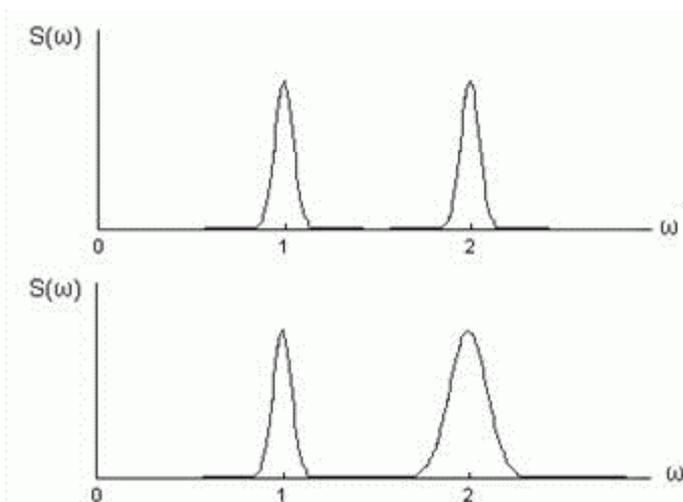


Рис. 1. Спектры сигналов лидара (вверху) и анемометра (внизу) для двух значений доплеровской частоты.

В силу этого различия предложенные специалистами по обработке сигналов радаров и лидаров алгоритмы не могут быть напрямую применены для оптимальной обработки сигналов ЛДА. Доклад посвящен выводу выражения для функции правдоподобия параметров сигнала ЛДА, поиску путей получения максимально правдоподобных оценок его параметров в случае наиболее распространенного многочастичного режима работы анемометра. В ней представлены и обсуждены также результаты компьютерного моделирования процесса получения максимально правдоподобных оценок доплеровской частоты для ряда наиболее распространенных оптических схем ЛДА. Результаты

выполненных исследований позволят специалистам при разработке ЛДА нового поколения отказаться от сложного и дорогого обрабатывающего «железа», типа следящих фильтров или счетно-импульсных процессоров, и откроют возможность заменить их стандартным аналого-цифровым преобразователем и компьютером, снабженным соответствующим программным обеспечением.

МОДЕЛЬ МНОГОЧАСТИЧНОГО СИГНАЛА ЛДА И ЕГО СОВМЕСТНАЯ ПЛОТНОСТЬ ВЕРОЯТНОСТИ

Как уже упоминалось, адекватной моделью полезной высокочастотной части многочастичного доплеровского сигнала является узкополосный нормальный случайный процесс вида [4]

$$z(t) = A(t) \exp\{-j[\omega t + \varphi(t)]\} + n(t), \quad (1)$$

где $A(t)$ – вещественное значение случайной амплитуды, подчиняющееся Релеевскому распределению, ω – доплеровская частота, а $\varphi(t)$ – случайная фаза с равномерным распределением в диапазоне $-\pi \dots +\pi$, $n(t)$ – аддитивный белый шум, сопровождающий сигнал и подчиняющийся нормальному распределению.

Этому процессу для ЛДА с гауссовой формой зондирующих пучков соответствует корреляционная функция, имеющая следующий вид (4)

$$R(\tau) = \sigma^2 \exp[-(\xi\omega\tau)^2 - j\omega\tau] + N\delta(\tau)/2, \quad (2)$$

где σ^2 дисперсия сигнала, ξ – известный постоянный параметр оптической схемы ЛДА, определяемый числом действительных или виртуальных интерференционных полос в его измерительном объеме, N – односторонняя спектральная плотность белого шума, δ – дельта-функция.

Далее будем считать, что доплеровский сигнал равномерно квантуется по уровню с периодом дискретизации T , и его M отсчетов представляют собой вектор-столбец вида $z = z_0, z_1 \dots z_k \dots z_{M-1}$. Тогда нормированная на дисперсию сигнала корреляционная функция может быть представлена, как

$$R(kT) = \exp[-(\xi\omega kT)^2] \exp(-j\omega kT) + N_0\delta_0(kT), \quad (3)$$

где N_0 – отношение шум-сигнал по мощности, k – номер отсчета, а δ_0 – символ Кронекера. Далее будем считать, что величина отношения шум - сигнал известна.

Если на интервале измерений скорость остается неизменной, то процесс (1), эквивалентный получаемому доплеровскому сигналу, будет стационарным, и совместная плотность вероятности его отсчетов в матричном виде определится [2], как

$$\rho(z_0 \dots z_{M-1}, kT) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^2 |D|}} \sum_{k=0}^{M-1} \exp(-0,5z^{*T} D^{-1} z), \quad (4)$$

где $n = 0, 1, \dots, M-1$ – номера отсчетов сигнала, z – вектор-столбец его комплексных отсчетов, D – корреляционная матрица сигнала (1), нормированная на его дисперсию, $|D|$ – ее определитель, а D^{-1} – обратная ей матрица. Звездочка означает операцию комплексного сопряжения, индекс T – операцию транспонирования. Ниже, в качестве примера, представим

матрицу D для первых трех значений огибающей корреляционной функции, причем в целях упрощения сделаем это для случая, когда шум отсутствует

$$\begin{pmatrix} 1 & \exp(-\lambda^2) & \exp(-4\lambda^2) \\ \exp(-\lambda^2) & 1 & \exp(-\lambda^2) \\ \exp(-4\lambda^2) & \exp(-\lambda^2) & 1 \end{pmatrix}, \quad (5)$$

где $\lambda = \xi \omega k T$.

Далее, опять же в качестве примера, представим обратную ей матрицу D^{-1}

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{(e^{-2\lambda^2} - 1)^2 (e^{-2\lambda^2} + 1)} & -\frac{e^{-\lambda^2}}{(e^{-2\lambda^2} - 1)^2} & \frac{e^{-2\lambda^2}}{(e^{-2\lambda^2} - 1)^2 (e^{-2\lambda^2} + 1)} \\ -\frac{e^{-\lambda^2}}{(e^{-\lambda^2} - 1)^2} & \frac{1}{2 \sinh(\lambda^2)^2} + 1 & -\frac{e^{-\lambda^2}}{(e^{-2\lambda^2} + 1)^2} \\ \frac{e^{-2\lambda^2}}{(e^{-2\lambda^2} - 1)^2 (e^{-2\lambda^2} + 1)} & -\frac{e^{-\lambda^2}}{(e^{-2\lambda^2} - 1)^2} & \frac{1}{(e^{-2\lambda^2} - 1)(e^{-2\lambda^2} + 1)} \end{pmatrix} \quad (6)$$

В отличие от соответствующих матриц сигналов радара или лидара [12-16] элементы этой матрицы для сигналов ЛДА зависят от оцениваемой частоты, что требует коррекции путей получения максимально правдоподобных оценок этой величины и, к сожалению, существенно увеличивает объем вычислений при ее оценке.

Поскольку корреляционная функция представляет собой произведение двух сомножителей, один из которых является вещественной величиной, а другой комплексной, то матрицу D можно представить в виде произведения трех матриц, а именно

$$D = D C D^* \quad (7)$$

где D – диагональная матрица с элементами $\exp(j\omega k T)$. Звездочка – знак сопряженных значений, а C – матрица, элементы которой определяются первым (реальным) сомножителем корреляционной функции (2), и шумом. В соответствии с (3) матрица D примет вид

$$D = D (G + N_0 I) D^*, \quad (8)$$

где G – Топлицева матрица с элементами $\exp[-(\xi \omega k T)^2]$, N_0 – отношение шум-сигнал по мощности, а I означает единичную матрицу.

АЛГОРИТМЫ МАКСИМАЛЬНО ПРАВДОПОДОБНЫХ ОЦЕНОК ДОПЛЕРОВСКОЙ ЧАСТОТЫ

Поскольку матрицы D диагональны и комплексно сопряжены, то обратную матрицу D можно представить, как

$$D^{-1} = D C^{-1} D^* = D (G + N_0 I)^{-1} D^*, \quad (9)$$

и тогда, исходя из выражений (4) и (9), окончательное выражение логарифма функции правдоподобия примет вид

$$\ln p(z/s, f) = -z^T D(C + NI)^{-1} D^* z - \ln(\det R) - M \ln \pi \dots \quad (10)$$

Поскольку $C + NI$ – вещественная корреляционная матрица, ее обратная матрица симметрична с элементами $\lambda_{ik} = \lambda_{i-k}$. Тогда, переходя от произведения матриц в (9) к квадратичной форме (см. [17] стр. 138, формула 2.67), логарифм функции правдоподобия можно выразить следующим образом:

$$L(f, \lambda_0, \lambda_1, \dots, \lambda_{M-1}) = -\sum_{m=0}^{M-1} d_m \exp(j\omega_k T) + \ln(\det R) - M \ln T, \quad (11)$$

где d_m равно

$$d_m = \sum_{k=0}^{M-m-1} z_k^* z_{k+m} \lambda_{k, k+m}. \quad (12)$$

Приравняв частные производные выражения (11) по λ_{i-k} к нулю, можно получить систему уравнений правдоподобия и, решив ее, найти максимально-правдоподобные оценки λ_{i-k} . Если они определены, то оптимальное значение доплеровской частоты находится минимизацией выражения (11). В общем случае этот путь весьма затруднителен, так как необходимо решать множество уравнений для нахождения оценок значений $\lambda_{i,k}$.

Можно поступить проще. Определив грубо диапазон возможных значений доплеровской частоты, методом перебора ее значений в этом диапазоне найти положение максимума функции (10) на оси частот. Это значение и будет максимально-правдоподобной оценкой доплеровской частоты.

Далее предлагается еще один способ получения максимально-правдоподобных оценок доплеровской частоты. Анализируя (11), видим, что это выражение представляет собой Фурье-образ значений произведения $z_i^* \lambda_i z_k$. Учитывая это, предлагается следующая программа действий. Исходя из числа отсчетов M доплеровского сигнала и заданного периода T его квантования, определяется длина реализации этого сигнала и разрешение его Фурье-преобразования в спектральной области как $1/MT$. Эта величина соответствует первой гармонике разложения. Аналогично можно определить и значения всех остальных гармоник (ясно, что n -я гармоника равна n/MT). Теперь, поскольку частота данной гармоники определена, можно рассчитать величины λ_i для первой и остальных $M/2$ гармоник разложения сигнала. Подставляя полученные значения в выражение (12) и (11) и используя стандартную программу БПФ, получим Фурье-образ функции d_m для первой гармоники разложения, то есть функцию правдоподобия для частоты этой гармоники. Повторяя эту процедуру для всех $M/2$ гармоник и анализируя полученные результаты, находим такое Фурье-преобразование, где функция правдоподобия имеет максимум-максимум. Исходя из того, что функция правдоподобия достигает своего максимума тогда, когда неизвестный параметр принимает истинное значение, частота гармоники, отвечающей этому максимальному значению, и будет максимально правдоподобной оценкой доплеровской частоты.

МЕТОДИКА КОМПЬЮТЕРНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

Чтобы проверить результативность алгоритма получения максимально правдоподобных оценок доплеровской частоты, следующего из выражения (10) и оценить качество получаемых оценок, был проведен цикл модельных компьютерных экспериментов, включающих следующие этапы:

Построение компьютерной модели доплеровского сигнала

Модель доплеровского сигнала строилась в соответствии известным алгоритмом [4] его образования в реальном ЛДА

$$i(t) = \sum_1^N I(t - t_n), \quad (13)$$

где $I[\omega(t - t_n)]$ – форма сигнала от одной рассеивающей частицы, ω – доплеровская частота, t – текущее время, а t_n – момент появления частицы в центре измерительного объема ЛДА. Для анемометров с гауссовыми пучками эта форма [4] имеет вид

$$I(t) = I_0 \exp[-(\xi\omega t)^2] \exp(-j\omega t), \quad (14)$$

где I_0 – амплитуда сигнала.

Чтобы охватить большинство применяемых на практике оптических схем ЛДА число периодов в сигнале от одиночной рассеивающей частицы на уровне $\exp(-1)$ огибающей сигнала выбираем так, чтобы число периодов корреляционной функции многочастичного сигнала составило 3, 5, 7, 10 и 20.

Чтобы модель сигнала соответствовала нормальному узкополосному случайному процессу, число рассеивающих частиц было выбрано достаточно большим, а именно 2 частицы в среднем на один доплеровский период. Положение каждой частицы в пространстве не зависело от положения остальных частиц, то есть распределение частиц в пространстве соответствовало закону Пуассона, а распределение интервалов между частицами соответствовало экспоненциальному закону. Длина реализации выбиралась равной 1000 значений времени корреляции сигнала. В качестве примера на Рис. 2 представлена построенная реализация доплеровского сигнала для 6 интерференционных полос в измерительном объеме ЛДА для доплеровской частоты 1Гц.

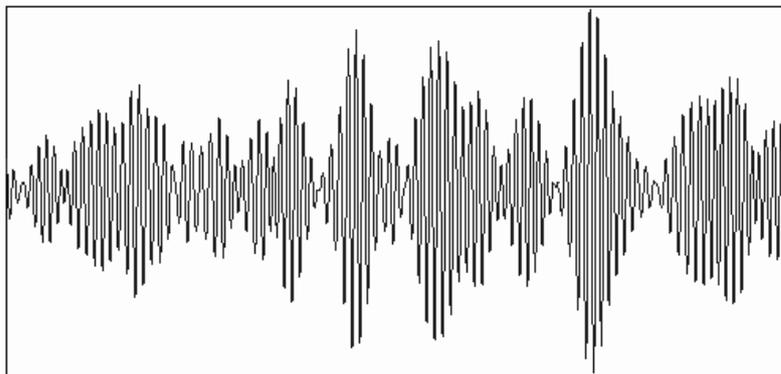


Рис. 2. Реализация доплеровского сигнала с временем корреляции равном 3 доплеровским периодам

Моделирование процесса получения максимально правдоподобных оценок доплеровской частоты

Моделирование процесса получения максимально правдоподобных значений доплеровской частоты проводилось путем подстановки заданного числа отсчетов модели доплеровского сигнала в выражение для логарифма функции правдоподобия (10), построения функции правдоподобия как функции доплеровской частоты из выбранного диапазона ее возможных значений, поиска минимума этого логарифма и получение оценки доплеровской частоты, как величины, соответствующей этому минимуму. Поиск минимума осуществлялся методом перебора значений искомой доплеровской частоты в диапазоне (0,8...1,2) от ее заданного значения, принятого как 1Гц, с дискретностью 0,001Гц. Минимум,

а не максимум, связан с тем, что указанный выше логарифм записан в выражении (10) со знаком минус.

Статистический анализ результатов с целью получения выборочных дисперсии и математического ожидания максимально правдоподобных оценок

Эта операция выполнялась путем статистической обработки 1000 оценок доплеровской частоты при заданной длине реализации и заданном периоде дискретизации сигнала.

Результаты моделирования сведены в ряд таблиц и графиков для каждой конструкции ЛДА (заданных параметров соответствующей корреляционной функции).

Итак, в таблицах 1-5 представлены результаты модельного эксперимента для ЛДА, где показаны значения относительных среднеквадратичных погрешностей максимально-правдоподобных оценок доплеровской частоты как функции числа периодов корреляционной функции сигнала (длина реализации в периодах доплеровского сигнала) и числа отсчетов n на соответствующей длине реализации сигнала на уровне $\exp(-1)$ огибающей. Например, если анемометр характеризуется корреляционной функцией, содержащей на уровне $\exp(-1)$ ее огибающей 3 периода доплеровской частоты, то длительность реализации, по которой происходит ее оценка и оценка погрешности, будет соответствовать также 3 периодам доплеровской частоты. Число n означает количество отсчетов сигнала, по которым оценивается частота, первый столбец – отношение среднеквадратичных значений сигнал-шум, первая строка таблицы для каждого значения сигнал-шум – выборочное среднее значение оценки доплеровской частоты (при условии, что эта частота в модели сигнала равна 1Гц), вторая строка – среднеквадратичное значение погрешности этой оценки (т.е. граница Рао-Крамера).

Таблица 1. Среднеквадратичные погрешности оценки доплеровской частоты, как функции числа отсчетов сигнала и отношения сигнал-шум для ЛДА с корреляционной функцией сигнала длиной, 3 доплеровских периода

n	3	4	5	6	7	8	9
без/ш	1,007	1,005	1,005	1,005	1,007	1,017	0,994
	5,53	3,28	2,52	1,72	1,42	1,15	0,97
100	1,006	1,005	1,005	1,006	1,011	1,021	0,999
	5,45	3,42	2,92	2,81	2,69	2,74	2,72
10	1,008	1,005	1,009	1,009	1,015	1,029	1,006
	6,37	5,33	5,04	4,73	4,612	4,49	4,37
5	1,012	1,007	1,011	1,014	1,021	1,039	1,017
	7,21	6,96	6,37	6,12	5,85	5,89	5,89
1	1,017	1,031	1,045	1,055	1,068	1,081	1,081
	12,74	12,1	11,4	11,2	10,4	9,93	10,2

Таблица 2. То же, но для анемометра с 5-ю периодами корреляционной функции

п	3	4	5	6	7	8	9
без/ш	1,005	1,002	1,001	0,997	0,995	1,009	1,009
	3,97	2,04	1,33	1,02	0,802	0,676	0,5926
100	1,005	1,001	1,001	0,997	0,996	1,010	1,010
	3,96	2,12	1,79	1,63	1,55	1,610	1,58
10	1,004	1,003	1,001	1,000	0,997	1,01	1,012
	4,33	3,63	3,10	2,94	2,79	2,803	2,71
5	1,006	1,003	1,006	1,001	0,999	1,013	1,014
	5,09	4,60	4,41	4,17	3,89	3,85	3,68
1	1,006	1,010	1,015	1,020	1,021	1,032	1,043
	10,4	10,3	9,92	9,19	9,00	8,53	8,16

Таблица 3. То же, но для анемометра с 7-ю периодами корреляционной функции

п	3	4	5	6	7	8	9
без/ш	1,001	0,999	1,000	1,000	1,000	1,006	1,003
	3,37	1,55	0,954	0,754	0,59	0,490	0,423
100	1,001	0,999	0,999	1,003	1,000	1,006	1,002
	3,39	1,53	1,27	1,13	1,13	1,08	1,05
10	1,001	1,000	1,000	1,003	1,001	1,006	1,004
	3,67	2,60	2,33	2,16	2,01	1,97	1,993
5	1,002	1,001	1,001	1,005	1,003	1,008	1,005
	3,89	3,76	3,25	3,01	2,87	2,75	2,76
1	1,007	1,005	1,010	1,011	1,021	1,022	1,021
	8,83	8,94	8,91	8,35	7,81	7,49	7,65

Таблица 4. То же, но для анемометра с 10-ю периодами корреляционной функции

п	3	4	5	6	7	8	9
без/ш	1,003	1,000	1,001	1,002	1,001	1,000	0,999
	2,92	1,16	0,68	0,51	0,425	0,353	0,294
100	1,003	1,000	1,001	1,003	1,001	1,001	0,999
	2,94	1,20	0,939	0,855	0,814	0,802	0,785
10	1,005	1,000	1,001	1,003	1,002	1,001	0,999
	3,38	1,88	1,67	1,54	1,46	1,41	1,39
5	1,005	1,001	1,002	1,002	1,002	1,001	1,000
	3,74	2,53	2,23	2,18	2,15	2,01	1,83
1	1,024	1,011	1,001	1,009	1,011	1,013	1,010
	6,89	7,64	8,21	7,72	7,44	6,70	6,61

Таблица 5. То же, но для анемометра с 20-ю периодами корреляционной функции

п	3	4	5	6	7	8	9
без/ш	1,137	1,166	1,000	0,999	1,001	1,000	0,999
	5,88	7,13	0,362	0,284	0,219	0,173	0,155
100	1,138	1,163	1,000	0,999	1,001	1,000	0,999
	5,79	7,33	0,530	0,435	0,404	0,390	0,378
10	1,133	1,139	1,000	0,999	1,001	1,000	0,999
	6,99	9,24	1,18	0,845	0,757	0,724	0,672
5	1,121	1,123	1,001	0,999	1,002	1,001	0,999
	8,86	10,2	1,50	1,17	1,11	1,02	1,01
1	1,042	1,069	1,034	1,020	1,013	1,003	1,004

	13,5	11,3	6,51	5,91	5,55	6,11	5,66
--	------	------	------	------	------	------	------

Анализ результатов компьютерного моделирования

Общей целью компьютерного моделирования явилось выяснение качества получаемых оценок доплеровской частоты от количества используемых отсчетов, длины реализации сигнала, периода квантования и отношения сигнал шум для ряда доплеровских анемометров, характеризуемых числом реальных или виртуальных интерференционных полос в измерительном объеме. Эта цифра, как известно [4,7], определяет ширину спектра доплеровского сигнала и соответственно потенциальную точность данного ЛДА.

Первый цикл модельных экспериментов посвящен исследованию влияния отношения сигнал-шум и числа используемых отсчетов сигнала на погрешность оценки доплеровской частоты, при условии постоянной длины используемой его реализации. Длины реализаций выбирались равными числу периодов корреляционной функции сигнала на уровне $\exp(-1)$. Как уже указывалось, данные, полученные в результате моделирования, сведены в ряд таблиц от № 1 до № 5. В первой колонке каждой таблицы представлены результаты моделирования для 3-х отсчетов, а в последующих – для 4, 5, 6, 7, 8 и 9 отсчетов, соответственно. Отсчеты сигналов при этом берутся соответственно с периодом дискретизации, равным 1, 3/4, 3/5, 1/2, 3/7, 3/8 и 1/3 части доплеровского периода. Первая и вторая строки таблиц соответствуют среднему значению оценки доплеровской частоты и ее среднеквадратичному значению в отсутствие шума. Последующие строки соответствуют тем же величинам, но при отношении сигнал шум 100, 10, 5 и 1. На Рис. 3 в качестве примера представлены графики среднеквадратичных отклонений оценки как функции числа отсчетов для анемометра с корр. функцией, имеющей 5 доплеровских периодов на уровне $\exp(-1)$ ее огибающей.

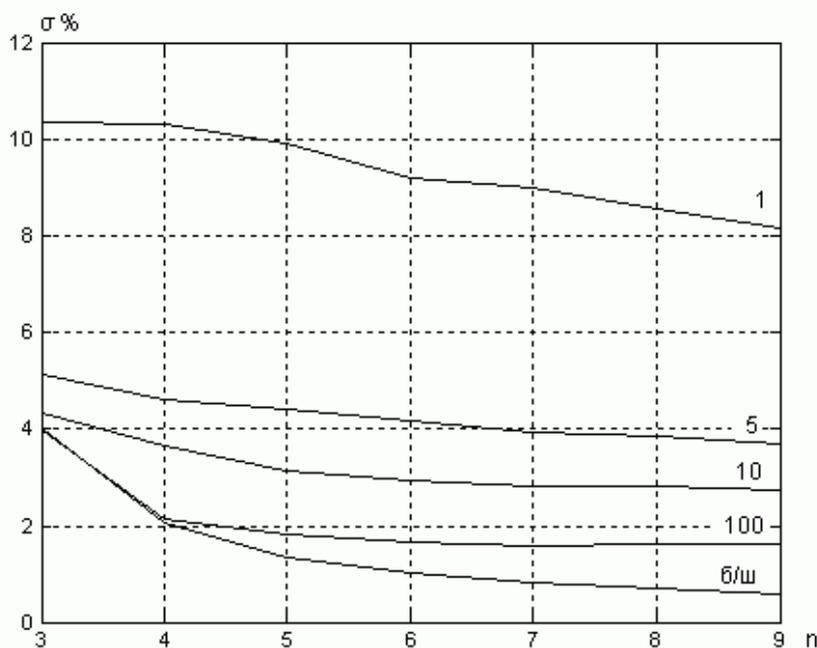


Рис. 3. Графики среднеквадратичных отклонений оценки доплеровской частоты как функции числа исследуемых отсчетов для отношений сигнал-шум: 10, 10, 5, и 1 (б/ш – в отсутствие шума)

Чтобы читатель имел представление о форме функции правдоподобия на рис. 4 представлены ее графики для 9, 20 и 40 используемых отсчетов сигнала. Видно, что с ростом числа отсчетов уходят ложные минимумы, а сам минимум приближается точному значению доплеровской частоты, равному 1. По оси ординат отложена текущая частота.

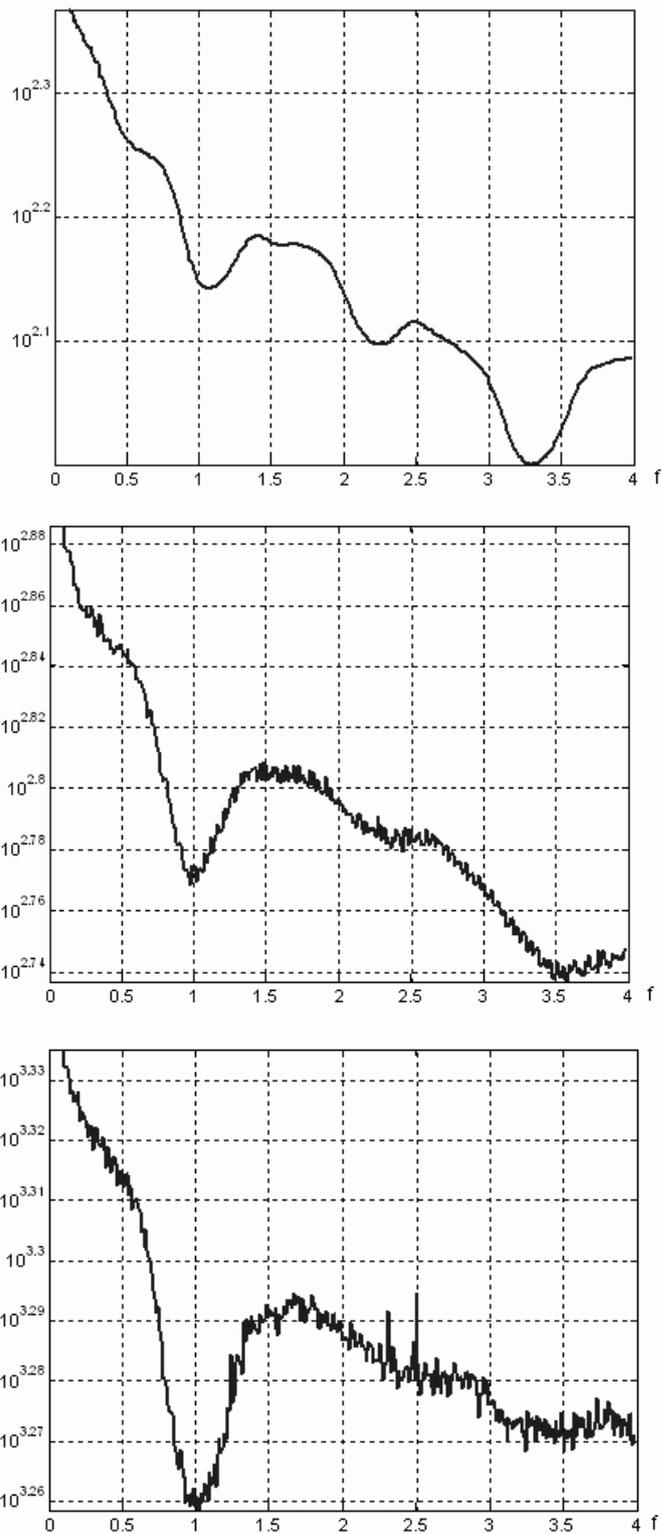


Рис. 4. Функция правдоподобия частоты при числе используемых отсчетов: 9 (вверху), 20 (посередине) и 40 (внизу).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

1. На основе общей теории максимально правдоподобных оценок параметров нормальных узкополосных случайных процессов выведено выражение для функции правдоподобия параметров сигналов ЛДА с учетом того, что ширина спектральных плотностей их сигналов является линейной функцией измеряемой скорости и элементы

соответствующей корреляционной матрица являются функцией оцениваемой доплеровской частоты.

2. Представлены пути получения максимально правдоподобных оценок доплеровской частоты, то есть измеряемой скорости.

3. Путем компьютерного моделирования произведены оценки минимальных, но достижимых погрешностей получаемых значений доплеровской частоты для ряда наиболее часто применяемых оптических схем ЛДА, (то есть найдены значения границ Рао-Крамера, определяющих качество получаемых оценок).

4. Поскольку значения погрешностей, приведенные в таблицах минимальны, то эти данные могут стать ориентирами для разработчиков ЛДА нового поколения.

5. Максимально правдоподобные оценки доплеровской частоты (скорости) не смещены.

6. Представлены конкретные данные о влиянии аддитивного белого шума на погрешности оценок доплеровской частоты. Увеличение шума резко увеличивает погрешность, измерений. Так, например, при отношении сигнал-шум 0дБ у ЛДА с временем корреляции сигнала, равном 10 доплеровским периодам, при 9 используемых отсчетов сигнала погрешность оценки частоты растет от 0,29% до 6,6 %.

7. Показано, что с ростом длины реализации, используемой для оценки частоты, и с ростом числа отсчетов сигнала погрешности падают пропорционально указанным выше величинам.

8. Полученные результаты позволят при проектировании ЛДА нового поколения отказаться от сложного и дорогого обрабатывающего «железа» (типа, например, следящих фильтров или счетно-импульсных процессоров) и откроют возможность заменить их стандартным аналого-цифровым преобразователем и компьютером, снабженным соответствующим программным обеспечением.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Тихонов В.И.** Статистическая радиотехника. М.: Советское радио, 1966. С.672.
2. **Левин Б.Р.** Теоретические основы статистической радиотехники, книга 1, М.: Советское Радио, 1969. С. 751.
3. **Ван Трис Г.** Теория обнаружения, оценок и модуляции, т.3. М.: Советское Радио, 1977. С. 662.
4. **Василенко Ю.Г., Дубнищев Ю.Н., Соболев В.С. и др.** Лазерные доплеровские измерители скорости. Новосибирск: Наука, 1975. С.159.
5. **Durst F., Melling A., Whitelaw J.H.** Principles and Practices of Laser Doppler Anemometry, N.Y.: Academ. Press, 1976. P. 281.
6. **Durrani T.S., Greated C. A.** Laser Systems in Flow Measurement. New – York – Landon: Plenum Press, 1977. P. 289.
7. **Коронкевич В.П., Соболев В.С., Дубнищев Ю.Н.** Лазерная интерферометрия, Новосибирск: Наука СО, 1983. С. 213.
8. **Соболев В.С., Прокопенко М.Н.** Максимально правдоподобные оценки частоты и других параметров сигналов лазерных доплеровских систем, работающих в одночастичном режиме рассеяния // Квантовая электроника. 2000. №3. С. 30-37.
9. **Sobolev V. S., Feshenko A.A.** Accurate Cramer-Rao Bounds for a Laser Doppler anemometer // IEEE Transactions on Instrumentation And Measurement. 2006. v 55. №2, P. 659-665.
10. **Соболев В.С.** Оптимальные оценки параметров оптических сигналов. Новосибирск: Издательство СО РАН, 2011. 134.
11. **Соболев В.С.** К оценке частоты сигнала лазерного доплеровского анемометра // Автометрия. 2000. №5. С.108-115.
12. **Довиак Р., Зрнич Д.** Доплеровские радиолокаторы и метеорологические наблюдения. Ленинград: Гидрометеиздат, 1988. С.512.

13. **Frelich R. G., Yadlovsky M. J.** Performance of Mean-Frequency Estimators for Doppler Radar and Lidar // Journal of atmospheric and oceanic technology. 1994. v.11, October. P. 1217-1230.
14. **Chornoboy E.S.** Optimal Mean Velocity Estimation Doppler Weather Radars // IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing. 1993.V.31, №3, May. P. 575-586.
15. **Novak L.M.** On the Estimation of Spectral Parameters Using Burst Waveforms. MIT, Lincoln Laboratory, (technical report), 1983. P.59.
16. **Frelich R.G.** Kramer-Rao Bound for Gaussian Random Processes and Applications to Radar Processing of Atmospheric Signals // IEEE Transactions Geoscience and Remote Sensing. 1993. V.31, №6, November. P. 1123-1130.
17. **Мишина А.П., Проскураков И.В.** СМБ Высшая алгебра/ М.: Физматгиз, 1962. С. 300.

V.S. Sobolev, F.A. Zhuravel

*Institute of Automation and Electrometry, Russian Academy of Sciences, Siberian Branch, Russia
630090, Novosibirsk, Acad. Koptug Ave., 1, E-mail: sobolev@iae.nsk.su*

STUDY OF WAYS TO OBTAIN MAXIMUM LIKELIHOOD ESTIMATES OF LASER DOPPLER ANEMOMETER SIGNAL FREQUENCY

The derivation of the likelihood equation for optimal accuracy estimates of laser Doppler anemometer signal parameters is shown. Ways to obtain appropriate estimates of Doppler frequency and the results of model tests that characterize the quality of the resulting estimates are presented.

LASER DOPPLER SYSTEM, MAXIMUM LIKELIHOOD ESTIMATIONS