



УДК 528.088

Т.В.Миронова

Физический институт им. П.Н. Лебедева РАН

СИСТЕМАТИЧЕСКИЕ И СТАТИСТИЧЕСКИЕ ОШИБКИ КОРРЕЛЯЦИОННЫХ ИЗМЕРЕНИЙ

АННОТАЦИЯ

Исследовано влияние свойств изображений, используемых для корреляционных измерений, на точность и стабильность получения субпиксельного значения положения максимума корреляционного пика. Приведена оценка статистической погрешности измерения сдвига в модели бинарных изображений. Даны рекомендации для выбора параметров изображений и корреляционного алгоритма.

ВВЕДЕНИЕ

Цифровая регистрация изображений, используемых для измерений (например, корреляционных) обладает рядом преимуществ, среди которых основное – это простота получения изображения и дальнейшей его обработки. Но, вместе с тем, цифровая регистрация приводит к проблемам, связанным с дискретизацией: непрерывная функция заменяется набором дискретных отсчетов, и, к тому же, значения функции в этих отсчетах квантуются по некоторому набору дискретных уровней. Это приводит к некоторым систематическим ошибкам измерений субпиксельного масштаба.

При корреляционных измерениях, как при измерениях смещений, так и в рефрактометрических экспериментах с использованием фоновых изображений, важно добиться максимальной стабильности и точности субпиксельного определения положения максимума корреляционного пика. Современный уровень точности соответствует величине погрешности 0,01 пикс. Если размер информационного элемента изображения меньше двух пикселей, определить положение максимума корреляционного пика становится практически невозможно, возникает эффект «залипания» рассчитанного положения максимума к целому значению, так называемый «pixel locking effect». Если масштаб цифровых изображений, используемых для взаимной корреляции, достаточно велик, корреляционный пик широкий, и его форму можно аппроксимировать по большому числу отсчетов, что существенно уменьшает статистический разброс измерений. Но на практике обычно увеличение масштаба изображения означает ухудшение локальности измерений, и поэтому обычно используются изображения с размером элементов порядка единиц пикселей. При этом субпиксельный расчет положения максимума производится по ближайшей окрестности корреляционного пика. Для иллюстрации того, как возникает статистическая погрешность, и для оценки ее величины воспользуемся моделью бинарных изображений.

Рассмотрим оптическую схему формирования автокорреляционной функции [1] для бинарного изображения, образованного случайным заполнением квадратной сетки прозрачными и черными элементами (пропускание 1 и 0). Вероятность заполнения прозрачными элементами равна p , число элементов в рабочем окне – N . Одно изображение

фиксировано, а другое, идентичное, сдвигается вдоль первого по одной из координат на целое число элементов, и суммарное пропускание формирует сечение двумерной функции корреляции по этой координате. Максимум автокорреляционной функции достигается при совпадении изображений, величина его пропорциональна числу прозрачных элементов, которое различается для различных участков случайного изображения. При сдвиге изображений друг относительно друга на один элемент мы получаем значение корреляционной функции в соседней с максимумом точке, фоновое значение. Так как изображение имеет случайную структуру, величина фонового значения корреляционной функции также варьируется. По значениям корреляционной функции в максимуме и в соседних точках и происходит расчет субпиксельного значения сдвига. Обычно используется три алгоритма оценки положения максимума – алгоритм центра масс, параболический и гауссов [2]. Автокорреляционная функция бинарных изображений имеет треугольное сечение, и поэтому логично оценивать положение корреляционного пика не перечисленными выше функциями, а в предположении, что форма пика – конус. Оценочная функция при этом

$\Delta x_{Conus} = \frac{R_{+1} - R_{-1}}{2(R_0 - R_{-1})}$, а статистическая ошибка субпиксельного расчета положения максимума

зависит от числа информационных элементов N и вероятности заполнения p как

$$\delta(N, p) \sim \sqrt{\frac{p}{N^{3/2}(1-p)}}.$$

В рамках рассматриваемой модели можно рассмотреть зависимость статистической ошибки δ от величины измеряемого взаимного сдвига изображений. Для фиксированных величин вероятности заполнения и размера окна статистическая ошибка растет пропорционально квадратному корню измеряемого смещения: $\delta x \sim \sqrt{\Delta x}$.

Оптимальную вероятность заполнения изображения прозрачными элементами можно определить из исследования поведения величины превышения корреляционного сигнала над фоновым. От числа элементов в рабочем окне эта величина зависит линейно. Зависимость от вероятности заполнения при больших значениях N имеет максимум при $p = 0.5$.

Для исследования влияния различных параметров изображений на точность определения положения корреляционного пика нужно выйти за рамки модели бинарных изображений. Для изучения влияния степени размытия изображений на стабильность и точность определения положения корреляционного пика были смоделированы изображения с постоянной по площади степенью размытия. Из бинарного черно-белого изображения были получены полутоновые изображения при размытии по Гауссу с разным радиусом. Качество аппроксимации формы корреляционного пика проверялось по величине среднеквадратичного отклонения при определении известного постоянного по площади сдвига двух изображений друг относительно друга. Аппроксимация конусом окрестности корреляционного пика дает меньший статистический разброс для изображений при радиусе размытия до ~ 2 пикселей, что соответствует ширине полутонового перехода между черным и белым в изображении около 9-ти пикселей. Это намного больше, чем ширина полутонового перехода в обычном изображении контрастного объекта. Поэтому можно сделать вывод, что при измерениях, в особенности с использованием изображений бинарных объектов, для субпиксельного определения положения максимума корреляционной функции следует пользоваться аппроксимацией формы пика поверхностью конуса.

Изображения одного и того же объекта, которые используются для корреляционных измерений, могут отличаться по степени размытости, по контрасту, по яркости, по зашумленности, и т.д. Важно представлять, как влияют на точность измерений вариации параметров используемых изображений. Мы исследовали величину среднеквадратичного отклонения при определении положения пика корреляционной функции для различных радиусов размытости изображений. Первое изображение бралось с фиксированным радиусом размытия, а радиус размытия второго изображения изменялся. При корреляционном сравнении пары несмещенных изображений шумы минимальны, когда

радиус размытия обоих изображений совпадает. В случае известного фиксированного взаимного смещения это утверждение верно для изображений со значительной степенью размытия, т.е. когда ширина полутонного перехода между черным и белым сравнима с размером информационного элемента.

Этот факт в дальнейшем принимался во внимание, и, когда проводилось корреляционное сравнение фотографии с модельным бинарным объектом, степень размытости объекта приводилась в приблизительное соответствие качеству фотографии для улучшения стабильности измерений.

На реальных изображениях всегда присутствует шум – случайный аддитивный сигнал. Очевидно, что зашумленность изображений негативно сказывается на точности определения положения максимума корреляционной функции. Для исследования влияния шума были проведены тесты, в которых использованы пары модельных изображений, одно из которых соответствовало несмещенной “поверхности”, а второе отражало смещение “поверхности” на 1 пиксель. В первом варианте теста, для строго бинарных изображений, шум моделировался как случайно распределенные по всему полю исследуемого изображения точки с инвертированным значением сигнала. Вначале с увеличением количества «испорченных» пикселей статистическая погрешность измерений растет незначительно, но по достижении критического уровня зашумленности ошибка резко возрастает. При увеличении доли шумового сигнала в изображении до ~30%, корреляция исчезает. Во втором варианте теста на одно из пары идентичных монохромных изображений, сдвинутых друг относительно друга на 1 пиксель, накладывался случайный сигнал с гауссовой статистикой и возрастающей интенсивностью. Гауссов шум с максимальной амплитудой до 50 – 60 единиц (около 1/5 от динамического диапазона изображения 0 – 255) практически не сказывался на среднеквадратичном отклонении корреляционных измерений. При дальнейшем росте интенсивности шума статистическая погрешность быстро растет, и затем корреляция теряется. Критическая интенсивность шумового сигнала различна для изображений с разным радиусом размытия. Наиболее устойчивы к шуму бинарные изображения, даже при максимальной интенсивности аддитивного гауссового сигнала 200 единиц (4/5 от интенсивности изображения) корреляционный сдвиг измеряется достаточно стабильно. Для сильно размытых изображений порог нахождения корреляции примерно в два раза ниже.

К вариациям яркости и контраста изображений корреляционный метод чувствителен весьма слабо. При понижении контраста одного из изображений в сто раз среднеквадратичное отклонение увеличивается всего на 4%.

Корреляционная функция не инвариантна относительно масштаба. Но в некотором диапазоне масштаба корреляционный метод все-таки вполне применим. Корреляционные измерения дают достаточно устойчивый результат при изменении масштаба одного изображения относительно другого на величину до 10-15%.

Размер окна обработки кардинально влияет на величину как систематической, так и статистической ошибок. В модели бинарных изображений показано, что статистическая ошибка зависит от числа элементов в рабочем окне как $N^{-0,75}$. Поведение статистической ошибки при реальных расчетах корреляционной функции бинарных изображений подтверждает эту зависимость. Систематическая ошибка измерений при увеличении размера окна асимптотически стремится к нулю.

Механизм возникновения систематической ошибки при цифровой записи и дальнейшей цифровой корреляционной обработке лазерных спекл-картин рассмотрен подробно в [3]. Аналогичное рассмотрение можно провести и для регистрации искусственных спекл-структур в белом свете. Если критерий Найквиста (в случае регистрации лазерных спеклов $\max|\Delta x, \Delta y| \leq 0,41b_s$, где b_s - размер спекла, а Δx и Δy - периоды матрицы сенсоров) не выполняется, то в спектре пространственных частот возникают паразитные компоненты, которые приводят в результате к систематической ошибке при корреляционных вычислениях - ошибке вследствие шумов дискретизации (aliasing error). В случае, когда корреляционным методом обрабатываются изображения, в которых границы элементов резкие, без

значительного размытия, в спектре изображения появляются высокие пространственные частоты, которые при корреляционных расчетах приводят к систематической ошибке измерений. Размер элементов картины также влияет на результат, но в меньшей степени. На рис.1 показаны зависимости ошибки вследствие шумов дискретизации при обработке двух изображений, содержащих по одному информационному элементу (точке) с различными характеристиками. Рис.1 (а) показывает зависимость ошибки от размера элемента изображения при резких его краях. С увеличением размера элемента ошибка уменьшается, но незначительно, оставаясь на уровне ~ 0.1 пикселя. При увеличении радиуса размытия систематическая ошибка заметно падает, от 0,1 пикселя при четких краях, до 0,01 пикселя для радиуса размытия 3 пикс. Эта зависимость представлена на рис.1 (б) для точки размером 5×5 . Измерения выполнены при модельных сдвигах с шагом 0.1 пикселя при билинейной интерполяции. Нужно отметить, что зависимости на рис.1 получены без учета статистических эффектов, то есть не для случайных картин, реальных ли или модельных, а для одного элемента (пятна). Величина ошибки при этом не зависит от размера окна корреляционной обработки. Это – ошибка вследствие шумов дискретизации (aliasing error) в чистом виде.

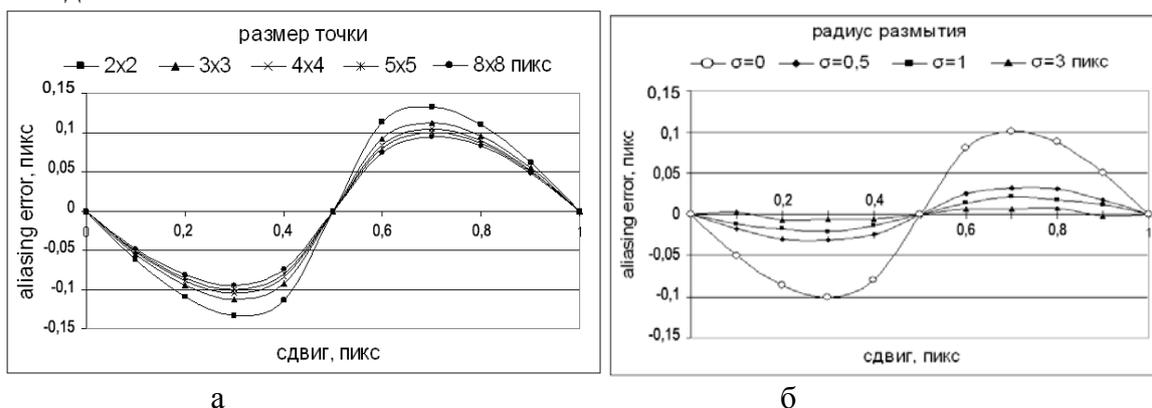


Рис. 1. Зависимость систематической ошибки измерений от сдвига. Элемент, по которому рассчитывалась корреляция - квадрат с резкими краями (а) и квадрат 5×5 пикселей с радиусом размытия 0, 0.5, 1.0, 3.0 пикселя (б).

Для цифровых изображений, содержащих много элементов, ошибка из-за дискретизации изменяется довольно сложным образом в зависимости от размера элементов, радиуса размытия изображения, размера окна корреляции и величины сдвига. На рис.2 показана зависимость систематической ошибки и среднеквадратичного отклонения корреляционного определения сдвига от величины сдвига при разных радиусах размытия.

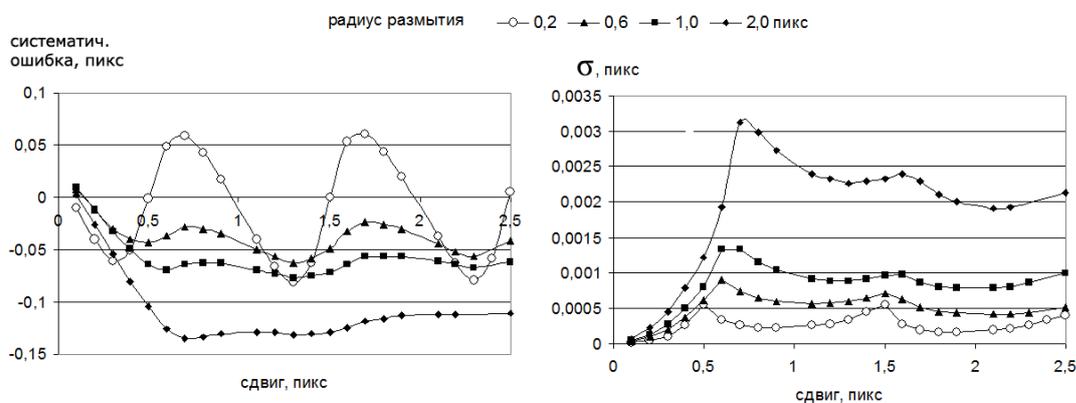


Рис. 2. Зависимость систематической ошибки и среднеквадратичного отклонения корреляционного определения сдвига от величины сдвига при вычислении корреляции между модельными изображениями при разных радиусах размытия. Размер элементов 6×6 пикс, размер окна 64×64 , усреднение по 100 измерениям.

Борьбе с ошибками такого рода посвящено множество работ за последние годы, например, [4 - 9], особенно в связи с бурным развитием объемного компьютерного зрения и 3d корреляционных методов [10]. Алгоритмы, используемые для уменьшения влияния ошибок, в большинстве случаев итерационные, зависят от конкретной задачи.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В качестве заключения можно привести некоторые рекомендации для выбора параметров фоновых изображений и корреляционного алгоритма:

- использовать фоновые изображения с вероятностью заполнения 0.5,
- для изображений с размером элементов >3 пикселей рекомендуется аппроксимация формы корреляционного пика конусом,
- при сравнении изображений разного качества (например, эталонного изображения и фотографии) обеспечивать одинаковую степень размытия,
- учитывать систематическую ошибку для конкретных параметров изображений,
- при измерении больших сдвигов применять ступенчатую процедуру,
- увеличение размера окна корреляции улучшает статистические характеристики измерений, но приводит к потере локальности измерений.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Зубов В.А., Крайский А.В., Миронова Т.В., Султанов Т.Т., Хлебников А.Г.** Оптико-электронная обработка случайных бинарных транспарантов. Автометрия, № 2, с.9, 1988.
2. **Tropea C., Yarin A.L., Foss J.F.** Springer Handbook of Experimental Fluid Mechanics, Springer, 2007.
3. **Sjödahl M. and Benckert L.R.** Systematic and random errors in electronic speckle photography, Applied Optics, Vol. 33, No. 31, 1994.
4. **Sjödahl M.** Accuracy in electronic speckle photography, Applied Optics, Vol. 36, No. 13, 1997.
5. **Giachetti A.** Matching techniques to compute image motion. Image and Vision Computing. 2000. Vol. 18. P. 247–260.
6. **Любутин П.С., Панин С.В.** Исследование точности и помехоустойчивости построения векторов перемещений при оценке деформаций оптико-телевизионным методом. Вычислительные технологии Том 11, № 2, 2006.
7. **Hubert W. Schreier, Joachim R. Braasch and Michael A. Sutton,** "Systematic errors in digital image correlation caused by intensity interpolation", Opt. Eng. 39, 2915 (2000).
8. **Bing Pan, Kemaο Qian, Huimin Xie and Anand Asundi,** "On errors of digital image correlation due to speckle patterns", Proc. SPIE 7375, 73754Z (2008).
9. **Vinnichenko N.A., Znamenskaya I.A., Glazyrin F.N. and Uvarov A.V.** Study of background oriented schlieren method accuracy by means of synthetic images analysis. 2012.
10. **Zhenxing Hu, Huimin Xie, Jian Lu, Tao Hua, and Jianguo Zhu,** "Study of the performance of different subpixel image correlation methods in 3D digital image correlation," Appl. Opt. **49**, 4044-4051 (2010).