

УДК 681.327.12.001.362:525

Н.А. Фомин, О.В. Мелеева

*Институт тепло-и массообмена им. А.В. Лыкова НАН Беларуси,
220072, Минск, ул. П.Бровки 15, 14, E-mail: ollired@yandex.ru*

ОБРАТНЫЕ ЗАДАЧИ РЕФРАКТОМЕТРИИ ПРИ ДИАГНОСТИКЕ ТУРБУЛЕНТНЫХ ТЕЧЕНИЙ

Описаны основные интегральные соотношения, используемые при анализе различных изображений течений. Показаны отличия преобразования Абеля для ламинарных и турбулентных течений. Описано интегральное преобразование Убероя-Коважского, используемое при анализе прямотеневых изображений турбулентных течений. Проанализированы современные возможности цифровой лазерной спекл-фотографии для анализа спекл-изображений турбулентных течений с использованием интегральных преобразований Эрбека-Мерцкирша.

ОБРАТНЫЕ ЗАДАЧИ, ИНТЕГРАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ, ЦИФРОВАЯ СПЕКЛ-ФОТОГРАФИЯ, КОРРЕЛЯЦИОННЫЕ ФУНКЦИИ, ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ЭРБЕКА-МЕРЦКИРША

ВВЕДЕНИЕ

Одним из наиболее распространенных классов оптических методов исследования течений являются так называемая рефлектометрия «на просвет», при которой измеряется рефракция зондирующего излучения, проходящего через весь объем исследуемой неоднородности [1].

Основной сложностью количественной интерпретации данных рефлектометрии является интегрирование получаемой информации по всему оптическому пути зондирующего излучения. Для двумерных ламинарных течений разработаны приемы количественной обработки интегральных данных с использованием преобразования Абеля [2]. Отметим, что даже для таких течений решение обратного интегрального преобразования Абеля относится к классу некорректных задач математической физики. Несмотря на то, что математические приемы решения таких задач достаточно хорошо отработаны, при количественной интерпретации оптических изображений, полученных «на просвет», неустойчивость решения накладывает повышенные требования на точность регистрации первичных экспериментальных данных, определяя насущные потребности цифровой (электрической) регистрации получаемых изображений. Трудности количественной интерпретации данных неизмеримо возрастают при анализе турбулентных течений [3]. Так, интеграл от оптического возмущения вдоль оптического пути будет включать в себя флуктуирующую компоненту

$$\Delta n = \frac{1}{L} \int_0^L (\langle n \rangle - n_\infty) ds + \frac{1}{L} \int_0^L (n') ds .$$

Это обстоятельство и определяет основные трудности количественной интерпретации изображений «на просвет» при переходе к анализу турбулентных течений.

ИНТЕГРАЛЬНОЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЕ АБЕЛЯ

Рассмотрим частный случай лазерного зондирования осесимметричной среды, параметры которой в каждой точке описываются функцией $f(r)$, (рис. 1). Запишем результат зондирования в виде

$$F(y) = \int_{-\infty}^{\infty} F(r) dx .$$

Заменяя $dx = \frac{2rdr}{\sqrt{r^2 - y^2}}$, получаем связь функций $F(y)$ и $f(r)$ через стандартное преобразование Абеля

$$F(y) = A\{f(x)\} = 2 \int_y^{\infty} \frac{f(r)rdr}{\sqrt{r^2 - y^2}} ,$$

которое допускает инверсию

$$f(r) = A^{-1}\{F(y)\} = -\frac{1}{\pi} \int_r^{\infty} \frac{dF}{dy} \frac{dy}{\sqrt{y^2 - r^2}} .$$

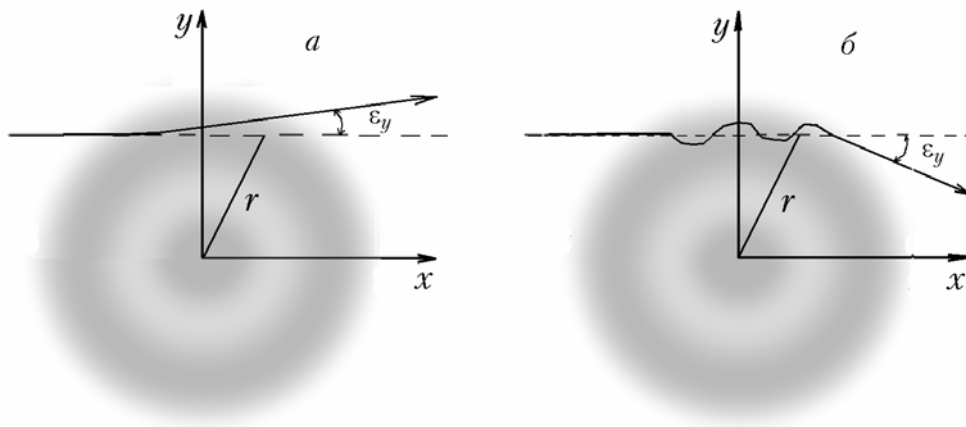


Рис. 1. Геометрия лазерного зондирования осесимметричного объекта при регистрации углов отклонения зондирующего излучения; слева, – ламинарное, справа – турбулентное течение

При регистрации угла отклонения в первом приближении для малых углов

$$\varepsilon_y(r) = \frac{\partial}{\partial y} \left[\frac{n}{n_\infty} \right] (r)$$

ОТКЛОНЕНИЯ МОЖНО СЧИТАТЬ:

$$\frac{\varepsilon_y(r)}{y} = 2 \int_y^\infty \frac{\partial}{\partial y} \left[\frac{n}{n_\infty} \right] \frac{dr}{\sqrt{r^2 - y^2}} = A^{-1} \left\{ \left[\frac{n}{n_\infty} \right] (r) \right\}.$$

Инверсия этого преобразования имеет вид

$$n(r) = -\frac{n_\infty}{\pi} \int_r^\infty \frac{\varepsilon_y(y) dy}{\sqrt{y^2 - r^2}} = n_\infty A \left\{ \frac{\varepsilon_y(y)}{y} \right\}.$$

С учетом неизбежных погрешностей эксперимента интегральное преобразование Абеля заменяется на его оценку

$$\tilde{n}(r) = -\frac{n_\infty}{\pi} \int_r^\infty \frac{(\varepsilon_y(y) + \sigma_\varepsilon) dy}{\sqrt{y^2 - r^2}} = n_\infty \tilde{A} \left\{ \frac{\varepsilon_y(y) + \sigma_\varepsilon}{y} \right\}.$$

Частично такая форма записи отражает влияние турбулентных пульсаций на интеграл от оптического пути, однако не оставляет никаких возможностей на получение количественной информации о закономерностях турбулентности. Примеры удачных реконструкций полей температур в ламинарных осесимметричных течениях можно найти в ряде работ, использующих различные оптические методы [2, 3].

ПРИБЛИЖЕНИЕ УБЕРОЯ И КОВАЖНОГО

Одной из первых работ, в которой предпринята попытка количественной обработки прямотеневых изображений турбулентных течений, является публикация [4]. В ней коллимированное излучение от импульсной лампы направлялось на плоское турбулентное течение и прямотеневая картина регистрировалась в ближней дифракционной зоне, лежащей перед первыми каустиками квазилинз, формируемых мелкомасштабными турбулентными пульсациями (рис. 2). Целью обработки теневой картины являлось построение математической связи двумерной корреляционной функции поля оптической плотности (почернения) на плоскости изображения с трехмерной корреляционной функцией плотности в исследуемом турбулентном течении. Определяя, как и при рассмотрении интеграла Абеля, координату x вдоль направления лучей зондирующего излучения, плоскость изображения будем описывать координатами (y', z') , а область течения – координатами (x, y, z) .

Для изотропного поля корреляционная функция плотности будет иметь вид:

$$\mathfrak{R}_\rho(\Delta r) = \langle \rho(r) \cdot \rho(r + \Delta r) \rangle = \langle \rho(x, y, z) \cdot \rho(x + \Delta x, y + \Delta y, z + \Delta z) \rangle.$$

Аналогичным образом определяется и корреляционная функция флуктуаций показателя преломления в турбулентном течении

$$\mathfrak{R}_n(\Delta r) = \langle n(r) \cdot n(r + \Delta r) \rangle = \langle n(x, y, z) \cdot n(x + \Delta x, y + \Delta y, z + \Delta z) \rangle.$$

Плотность почернения изображения прямотеневой картины $T(y, z)$ пропорциональна интегралам вдоль оптического пути от вторых пространственных производных плотности в

исследуемом турбулентном течении

$$T(y', z') = \frac{LK}{\rho_\infty} \int_0^L \left(\frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \rho(x, y, z) dx$$

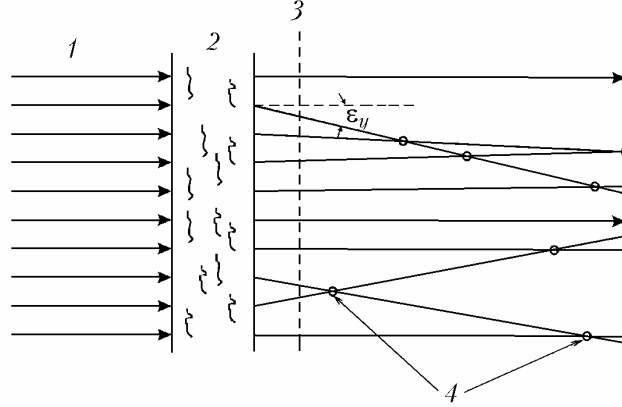


Рис. 2. Геометрия получения прямотеневых изображений в экспериментах Убероя и Коважного [4]: 1 – зондирующее излучение; 2 – турбулентное течение; 3 – Плоскость наблюдения теневой картины; 4 – каустики фокусировки зондирующего излучения на мелкомасштабных турбулентных пульсациях

Корреляционную функцию оптической плотности изображения соответственно будем искать в виде

$$\Re_T(\Delta y', \Delta z') = \langle T(y', z') \cdot T(y' + \Delta y', z' + \Delta z') \rangle = \langle T(y', z') \cdot T(y'_1, z'_1) \rangle,$$

где координаты $y'_1 = y' + \Delta y'$; $z'_1 = z' + \Delta z'$. В этих обозначениях

$$\Re_T = \left\langle \left(\frac{LK}{\rho_\infty} \right)^2 \int_0^L \int_0^L \left(\frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \left(\frac{\partial^2}{\partial y_1^2} + \frac{\partial^2}{\partial z_1^2} \right) \cdot \rho(x, y, z) \cdot \rho(x_1, y_1, z_1) dx dx_1 \right\rangle.$$

В результате сложных преобразований и ряда упрощающих предположений Уберой и Коважный получили соотношение

$$\Re_\rho(r) = \frac{1}{8\pi l} \left(\frac{\rho_\infty}{KL} \right) \int_r^\infty \Re_T(\tau) \left[\tau \frac{(2r^2 + \tau^2)}{r} \cos^{-1} \left| \frac{r}{\tau} \right| - 3\tau(\tau^2 - r^2)^{1/2} \right] d\tau.$$

Запишем это преобразование в символической форме

$$\Re_\rho(r) = \text{UK} \{ \Re_T(\tau) \},$$

где UK-интегральное преобразование Убероя – Коважного¹. Здесь $r^2 = x^2 + y^2 + z^2$; $\tau^2 = (y')^2 + (z')^2$.

Таким образом, как и в случае ламинарного осесимметричного течения, восстановление трехмерной корреляционной функции плотности по экспериментально измеренной двумерной функции плотности изображения сводится к вычислению обратного интегрального преобразования и относится к классу некорректных задач математической физики. Может быть, именно это обстоятельство затруднило использование интегрального преобразования Убероя-Коважного на долгие годы – до появления цифровых систем ввода и обработки изображений. Расчеты значительно упрощаются при определении формы корреляционных функций. Так, если представить трехмерную корреляционную функцию плотности в гауссовской форме с одним микромасштабом пульсаций плотности в

$$\frac{\mathfrak{R}_\rho(r)}{\mathfrak{R}_\rho(0)} = \exp\left(-\frac{r}{\lambda_{t\rho}}\right),$$

турбулентном течении в виде первого приближения запишется следующим образом:

$$\frac{\mathfrak{R}_T(\tau)}{\mathfrak{R}_T(0)} = \left[1 - 2\left(\frac{\tau}{\lambda_{t\rho}}\right)^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{\tau}{\lambda_{t\rho}}\right)^4\right] \exp\left[-\left(\frac{\tau}{\lambda_{t\rho}}\right)\right].$$

При этом вся процедура количественной обработки изображения сводится к определению одного неизвестного – микромасштаба

турбулентности λ_t . Мелкомасштабная турбулентность в экспериментах [4] создавалась в слое смешения семи околзвучковых струй, протекающих через метаемый снаряд с крупными отверстиями, называемый авторами «Швейцарский сыр». Масштабы турбулентного течения определялись по корреляционной функции почернения изображения

$$\Lambda_{t\rho} = \int_0^\infty \frac{\mathfrak{R}_T(\tau)d\tau}{\mathfrak{R}_T(0)}; \lambda_{t\rho}^2 = -2 \frac{\mathfrak{R}_T(0)}{\mathfrak{R}_T''(0)}.$$

Для микромасштаба турбулентности была получена

оценка $\lambda_{t\rho} = 300$ мкм. Используя зависимость $2\lambda_{tU}^2 / \lambda_{t\rho}^2 = \text{Pr}$ и принимая значение числа

Прандтля для воздуха 0,7, микромасштаб турбулентных пульсаций скорости оценили как

$\lambda_{tU} = 0.6\lambda_{t\rho} = 180$ мкм. Для сравнения с термоанемометрическими данными, были проведены

дополнительные эксперименты. Мелкомасштабная турбулентность в этом случае создавалась в свободной струе при обтекании нагреваемой нихромовой сетки с диаметром волокон 0,8 мм, расположенных с шагом 6,2 мм. Микромасштаб турбулентности в этом

случае по анализу прямолинейной картины составил $\lambda_{t\rho} = 1,45$ мм, а по данным термоанемометрии 1,23 мм. Отметим, что макромасштаб турбулентности, восстановленный при интегрировании спектрального распределения пульсаций температуры, полученного по данным термоанемометрии, составил 8,5 мм.

Таким образом, ранние эксперименты Убероя и Коважного [4] показали принципиальную возможность количественной интерпретации оптических изображений для турбулентных течений. Полученное и используемое в этой работе интегральное преобразование накладывает высокие требования на точность обработки оптических данных. В полной мере такой и аналогичные подходы реализуются в настоящее время при цифровой обработке получаемых изображений.

¹ В оригинальной работе Убероя и Коважного [4] это интегральное преобразование классифицируется как преобразование Фурье–Бесселя со ссылкой на малодоступную работу Коважного 1949 г. [5].

ИНТЕГРАЛЬНОЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ЭРБЕКА – МЕРЦКИРША

Следуя методологии Убероя и Коважного, Эрбек и Мерцкирш установили связь между двумерными корреляционными функциями углов отклонения зондирующего излучения и трехмерной функцией плотности в турбулентном течении [6]. Углы отклонения при выводе этих соотношений определялись при решении уравнения Эйконала.

$$\frac{d}{ds} \left(n \frac{dr}{ds} \right) = \text{grad}(n)$$

и эквивалентной ему системы дифференциальных уравнений Вейля [2]

$$\frac{d^2 x}{dz^2} = \left\{ 1 + \left(\frac{dx}{dz} \right)^2 + \left(\frac{dy}{dz} \right)^2 \right\} \cdot \left\{ \frac{\partial n}{n \partial x} + \frac{dx}{dz} \frac{\partial n}{n \partial z} \right\}$$

$$\frac{d^2 y}{dz^2} = \left\{ 1 + \left(\frac{dx}{dz} \right)^2 + \left(\frac{dy}{dz} \right)^2 \right\} \cdot \left\{ \frac{\partial n}{n \partial y} + \frac{dy}{dz} \frac{\partial n}{n \partial z} \right\}.$$

Угол отклонения зондирующего излучения может быть представлен вектором на плоскости наблюдения (y', z') или в система «цифровых» координат (p, q) , которая может быть повернута относительно (y', z') на угол γ

$$\boldsymbol{\varepsilon}(y', z') = \varepsilon_y \mathbf{i}' + \varepsilon_z \mathbf{j}' = \varepsilon_p \mathbf{i} + \varepsilon_q \mathbf{j}.$$

Здесь (p) и (q) отсчитываются в пикселях. Запишем корреляционные функции в этой системе координат

$$\mathfrak{R}_{\varepsilon_p}(\Delta \tau) = \langle \varepsilon_p(\tau) \cdot \varepsilon_p(\tau + \Delta \tau) \rangle = \langle \varepsilon_p(p, q) \cdot \varepsilon_p(p + \Delta p, q + \Delta q) \rangle$$

$$\mathfrak{R}_{\varepsilon_q}(\Delta \tau) = \langle \varepsilon_q(\tau) \cdot \varepsilon_q(\tau + \Delta \tau) \rangle = \langle \varepsilon_q(p, q) \cdot \varepsilon_q(p + \Delta p, q + \Delta q) \rangle.$$

Параллельные и перпендикулярные корреляционные функции определим следующим образом:

$$\mathfrak{R}_{\varepsilon_p \perp}(\Delta \tau) = \langle \varepsilon_p(p, q) \cdot \varepsilon_p(p, q + \Delta q) \rangle,$$

$$\mathfrak{R}_{\varepsilon_p \updownarrow}(\Delta \tau) = \langle \varepsilon_p(p, q) \cdot \varepsilon_p(p + \Delta p, q) \rangle,$$

$$\mathfrak{R}_{\varepsilon_q \perp}(\Delta \tau) = \langle \varepsilon_q(p, q) \cdot \varepsilon_q(p + \Delta p, q) \rangle,$$

$$\mathfrak{R}_{\varepsilon_q \updownarrow}(\Delta \tau) = \langle \varepsilon_q(p, q) \cdot \varepsilon_q(p, q + \Delta q) \rangle.$$

При числовой регистрации углов отклонения с помощью ПЗС матрицы координаты (p, q) можно трактовать как целые числа, определяющие номер пикселя в матрице вдоль соответствующей координаты. В этом случае корреляционные функции могут быть вычислены при суммировании рядов

$$\begin{aligned}\mathfrak{R}_{\varepsilon_p \perp}(\Delta \tau) &= \mathfrak{R}_{\varepsilon_p \perp}(\Delta q) = \frac{1}{M - \Delta q} \sum_{\Delta q=1}^{M-\Delta q} \langle \varepsilon_p(p, q) \cdot \varepsilon_p(p, q + \Delta q) \rangle, \\ \mathfrak{R}_{\varepsilon_p \downarrow}(\Delta \tau) &= \mathfrak{R}_{\varepsilon_p \perp}(\Delta p) = \frac{1}{M - \Delta p} \sum_{\Delta p=1}^{M-\Delta p} \langle \varepsilon_p(p, q) \cdot \varepsilon_p(p + \Delta p, q) \rangle, \\ \mathfrak{R}_{\varepsilon_q \downarrow}(\Delta \tau) &= \mathfrak{R}_{\varepsilon_q \downarrow}(\Delta q) = \frac{1}{M - \Delta q} \sum_{\Delta q=1}^{M-\Delta q} \langle \varepsilon_q(p, q) \cdot \varepsilon_q(p, q + \Delta q) \rangle, \\ \mathfrak{R}_{\varepsilon_q \perp}(\Delta \tau) &= \mathfrak{R}_{\varepsilon_q \perp}(\Delta p) = \frac{1}{M - \Delta p} \sum_{\Delta p=1}^{M-\Delta p} \langle \varepsilon_q(p, q) \cdot \varepsilon_q(p + \Delta p, q) \rangle.\end{aligned}$$

Корреляционная функция плотности в этой системе координат будет по-прежнему скалярной

$$\mathfrak{R}_\rho(\Delta r) = \langle \rho(r) \cdot \rho(r + \Delta r) \rangle = \langle \rho(p, q, s) \cdot \rho(p + \Delta p, q + \Delta q, s + \Delta s) \rangle,$$

и может быть вычислена при суммировании рядов

$$\mathfrak{R}_\rho(\Delta r) = \frac{1}{(M - \Delta p)(M - \Delta q)(M - \Delta s)} \sum_{\Delta p=1}^{M-\Delta p} \sum_{\Delta q=1}^{M-\Delta q} \sum_{\Delta s=1}^{M-\Delta s} \rho(p, q, s) \cdot \rho(p + \Delta p, q + \Delta q, s + \Delta s).$$

Можно выделить 3 скалярные компоненты этой функции

$$\begin{aligned}\mathfrak{R}_\rho(\Delta p) &= \frac{1}{(M - \Delta p)} \sum_{\Delta p=1}^{M-\Delta p} \rho(p, q, s) \cdot \rho(p + \Delta p, q, s), \\ \mathfrak{R}_\rho(\Delta q) &= \frac{1}{(M - \Delta q)} \sum_{\Delta q=1}^{M-\Delta q} \rho(p, q, s) \cdot \rho(p, q + \Delta q, s) \\ \mathfrak{R}_\rho(\Delta s) &= \frac{1}{(M - \Delta s)} \sum_{\Delta s=1}^{M-\Delta s} \rho(p, q, s) \cdot \rho(p, q, s + \Delta s).\end{aligned}$$

Вследствие того, что

$$\varepsilon_p = K \int_0^L \frac{\partial \rho(p, q, s)}{\partial p} ds; \varepsilon_q = K \int_0^L \frac{\partial \rho(p, q, s)}{\partial q} ds,$$

корреляционные функции для углов отклонения зондирующего излучения запишутся в виде

$$\begin{aligned}\mathfrak{R}_{\varepsilon_p}(\Delta p, \Delta q) &= \langle K \int_0^L \frac{\partial \rho(p, q, s)}{\partial p} ds \cdot K \int_0^L \frac{\partial \rho(p + \Delta p, q + \Delta q, s)}{\partial p} ds \rangle, \\ \mathfrak{R}_{\varepsilon_q}(\Delta p, \Delta q) &= \langle K \int_0^L \frac{\partial \rho(p, q, s)}{\partial q} ds \cdot K \int_0^L \frac{\partial \rho(p + \Delta p, q + \Delta q, s)}{\partial q} ds \rangle.\end{aligned}$$

Используя эти соотношения, Эрбек и Мерцкирш для изотропной турбулентности получили следующие интегральные преобразования, связывающие трехмерную

корреляционную функцию плотности с двумерной корреляционной функцией углов отклонения зондирующего излучения

$$\mathfrak{R}_{\varepsilon_p}(\tau) = -2K^2L \int_0^L \frac{\partial^2}{\partial \Delta p^2} \mathfrak{R}_\rho(\sqrt{\tau^2 + \Delta s^2}) d\Delta s,$$

$$\mathfrak{R}_{\varepsilon_q}(\tau) = -2K^2L \int_0^L \frac{\partial^2}{\partial \Delta q^2} \mathfrak{R}_\rho(\sqrt{\tau^2 + \Delta s^2}) d\Delta s.$$

Примечательно, что эти интегральные соотношения допускают инверсию, по которой корреляционная функция плотности может быть восстановлена по корреляционным функциям углов отклонения зондирующего излучения:

$$\mathfrak{R}_\rho(r) = \frac{1}{\pi K^2 L} \int_r^\infty \frac{1}{\sqrt{\tau^2 - r^2}} \left\{ \int_0^\tau \mathfrak{R}_{\varepsilon_p\uparrow}(\tau^*) d\tau^* \right\} d\tau,$$

$$\mathfrak{R}_\rho(r) = \frac{1}{\pi K^2 L} \int_r^\infty \frac{1}{\sqrt{\tau^2 - r^2}} \left\{ \int_0^\tau \mathfrak{R}_{\varepsilon_q\uparrow}(\tau^*) d\tau^* \right\} d\tau,$$

$$\mathfrak{R}_\rho(r) = \frac{\tau}{\pi K^2 L} \int_r^\infty \frac{\mathfrak{R}_{\varepsilon_p\perp} d\tau}{\sqrt{\tau^2 - r^2}},$$

$$\mathfrak{R}_\rho(r) = \frac{\tau}{\pi K^2 L} \int_r^\infty \frac{\mathfrak{R}_{\varepsilon_q\perp} d\tau}{\sqrt{\tau^2 - r^2}}.$$

Обозначим эти интегральные соотношения Ербека – Мекцирша для краткости аналогично приведенным выше соотношениям Абеля и Убероя-Коважного:

$$\mathfrak{R}_\rho(r) = \text{EM}\{\mathfrak{R}_\varepsilon(\tau)\}.$$

Отметим, что восстановление трехмерной корреляционной функции плотности по данным о распределении углов отклонения зондирующего излучения по прежнему остается некорректной задачей математической физики и поэтому для такого восстановления требуется высокая точность регистрации экспериментальных данных. Как и при использовании интегральных преобразований Убероя – Коважного, в этом случае оказываются полезными аналитические соотношения для корреляционных функций, в которых фигурируют колмогоровские микромасштабы турбулентности. При использовании того же закона Гаусса для корреляционной функции плотности $\frac{\mathfrak{R}_\rho(r)}{\mathfrak{R}_\rho(0)} = \exp\left(-\frac{r}{\lambda_{t\rho}}\right)$ корреляционные функции для углов отклонения зондирующих среду лучей определяются как

$$\frac{\mathfrak{R}_{\varepsilon\perp}(\tau)}{\mathfrak{R}_{\varepsilon\perp}(0)} = \exp\left(-\left(\frac{\tau}{\lambda_{t\rho}}\right)^2\right),$$

$$\frac{\mathfrak{R}_{\varepsilon\uparrow}(r)}{\mathfrak{R}_{\varepsilon\uparrow}(0)} = \left(1 + 2\left[\frac{\tau}{\lambda_{t\rho}}\right]^2 \exp\left[-\left(\frac{\tau}{\lambda_{t\rho}}\right)^2\right] - 4\left[\frac{\tau}{\lambda_{t\rho}}\right]^4 \exp\left[-\left(\frac{\tau}{\lambda_{t\rho}}\right)^2\right]\right).$$

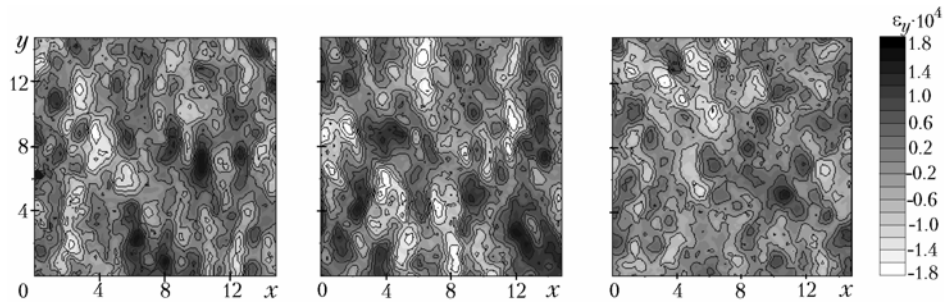


Рис. 3. Примеры изолиний углов отклонения зондирующего излучения, восстановленные для различных сечений турбулентного течения методом цифровой лазерной спекл-фотографии

На рис. 3 показаны изолинии углов отклонения зондирующего лазерного излучения для различных сечений турбулентного течения, полученные при анализе цифрового спекл-изображения. Точность восстановления корреляционной функции по данным таких измерений иллюстрируется на рис. 4 по данным прямого численного моделирования распространения лазерного излучения через турбулентную среду. Сопоставление кривой (1) с исходным фантомным распределением (2) показывает высокую точность определения микромасштабов турбулентности, в то время, как при определении макромасштабов – погрешности возрастают. Такая же тенденция к возрастанию погрешности при определении макромасштаба турбулентности отмечалась и в ранних экспериментах Убероя и Коважного.

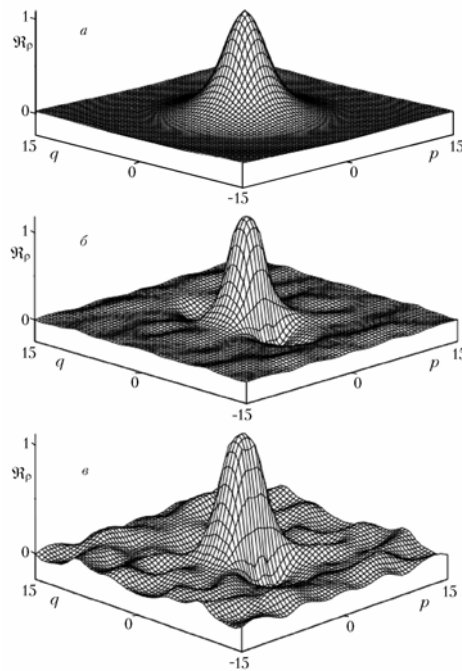


Рис. 4. Исходная (фантомная) корреляционные функции плотности (снизу) и функции, восстановленные с использованием интегрального преобразования Эрбека-Мерцкирша. В центре – без наложения дополнительного экспериментального шума, сверху – с наложением 5-ти процентного шума

Рис. 4 иллюстрирует вид исходной (снизу) и восстановленных и использованием «точных» данных прямого численного моделирования (в центре) и при наложении случайных погрешностей 5% на экспериментальные данные при обработке изображений (сверху). Как видно из этих данных, артефакты возникают даже при использовании «точных» экспериментальных данных и заметно возрастают даже при наложении небольших погрешностей экспериментов. В то же время вид корреляционной функции вблизи начала координат остается неизменным, что позволяет с хорошей точностью определять

микромасштабы турбулентности. Экспериментальной иллюстрации этого факта посвящен ряд недавних публикаций [7, 8].

БЛАГОДАРНОСТИ

Авторы выражает признательность профессору Вольфгангу Мерцкиршу, докторам наук Ульриху Вернекингу, Олегу Пенязькову, Павлу Храмцову, Ральфу Эрбеку, и кандидату наук Николаю Базылеву за полезные обсуждения, рекомендации и помощь при проведении экспериментов и разработке программ математической обработки изображений, а также БРФФИ и НАН Беларуси за частичную финансовую поддержку работы по грантам и проектам “Энергоэффективность 1.6.1”, T10CO-001, T10P-029, и T09MC-032.

СПИСОК ОБОЗНАЧЕНИЙ

- $A\{f(x)\}$ – интегральное преобразование Абеля;
- $A^{-1}\{F(y)\}$ – обратное интегральное преобразование Абеля;
- \tilde{A} – оценка интегрального преобразования Абеля;
- EM – интегральное преобразование Эрбека – Мерцкирша;
- K – константа Гладстона - Дейла, мЗ/кг;
- $T(y, z)$ – оптическая плотность изображения;
- UK – интегральное преобразование Убероя –Коважного;
- U – скорость, м/с;
- ε_y – угол отклонения зондирующего излучения вдоль оси y вследствие рефракции, рад.;
- λ – длина волны лазерного излучения, мкм;
- λ_t – микромасштаб турбулентности Колмогорова, мм;
- $\lambda_{t\rho}$ и λ_{tU} – микромасштабы турбулентности Колмогорова, вычисленные для плотности и скорости, соответственно мм;
- ρ – плотность, кг/мЗ;
- σ_ε – экспериментальная погрешность при определении угла отклонения зондирующего излучения;
- $\mathfrak{R}_\rho(\Delta r)$ – автокорреляционная функция плотности в турбулентном течении;
- $\mathfrak{R}_n(\Delta r)$ – автокорреляционная функция показателя преломления в турбулентном течении;
- $\mathfrak{R}_T(\Delta y', \Delta z')$ – автокорреляционная функция плотности изображения в его плоскости;
- $\mathfrak{R}_{\varepsilon_p \perp}$ – автокорреляционная функция p -компоненты угла отклонения зондирующего излучения, вычисленная в перпендикулярном направлении;
- $\mathfrak{R}_{\varepsilon_p \updownarrow}$ – автокорреляционная функция p -компоненты угла отклонения зондирующего излучения, вычисленная в продольном направлении;
- $\mathfrak{R}_{\varepsilon_q \updownarrow}$ – автокорреляционная функция q -компоненты угла отклонения зондирующего излучения, вычисленная в продольном направлении;
- $\mathfrak{R}_{\varepsilon_q \perp}$ – автокорреляционная функция q -компоненты угла отклонения зондирующего излучения, вычисленная в перпендикулярном направлении.

Индексы: ∞ – параметры в невозмущённой области; t – турбулентность.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Rinkevichyus B.S., Evtikhieva O.A., Raskovskaya I.L.** Laser Refractography. Springer. New York. ISBN 978-1-4419-7396-2, 2011.
2. **Fomin N.A.** Speckle Photography in Fluid Mechanical Measurements. Springer. Berlin. 1998.
3. **Храмцов П.П., Пенязьков О.Г., Дорожко М.В., Ших И.А.** Метод осредненных тальбот-изображений при исследованиях флуктуаций концентрации примеси в турбулентных течениях // Труды 10-й Международной научно-технической конференции «Оптические методы исследования потоков». – М.: МЭИ, 2009. С. 29.
4. **Uberoi M. S., Kovasznay L. S. G.** Analys of turbulent density fluctuations by shadow vethod // J. Appl. Phys. 1955. Vol. 26, №. 1. P. 19 – 24.
5. **Kovasznay L. S. G.** Heat Transfer in Fluid Mechanics Institute. Berkeley: American Society of Mechanical Engineers, 1949.
6. **Erbeck R., Merzkirch W.** Speckle photographic measurement of turbulence in an air stream with fluctuation temperature // Experiments in Fluids. 1988. Vol. 6. Pp. 89 – 93.
7. **Базылев Н.Б., Лавинская Е.И, Фомин Н.А.** Восстановление поля течения при диагностике методами “BOS” “BOSS”и “BOOT” // Труды седьмой международной конференции “Оптические методы диагностики течений”. М.: МЭИ, 2003. С. 110.
8. **Fomin N. A., Penyazkov O. G., Khramtsov P. P., Lavinskaya E. I.** 3D turbulence diagnostics by digital speckle photography and Talbot interferometry// Proc. of the Int. Conf. on the Methods of Aerophysical Research ICMAR-2007. Part IV. Novosibirsk: Publ. House “Parallel”, 2007. Pp. 22 – 27.

N.A. Fomin, O.V. Meleeva

Heat and Mass Transfer Institute, P. Brovki 15,
Minsk, Belarus Academy of Sciences, 220072, Belarus
e-mail: fomin@hmti.ac.by

INVERSE PROBLEMS OF REFRACTOMETRY FOR TURBULENT FLOWS DIAGNOSTICS

The dynamic speckle patterns are recorded using a digital CCD camera with high resolution. The single exposure method is used in line-of -sight speckle interferometry for quantitative measurements of velocity field in microfluidics devices.

SPECKLE INTERFEROMETRY, DIGITAL RECORDINGS, CCD-CAMERAS, CORRELATION FUNCTIONS, FOURIEUR TRANSFORM