Тринадцатая Международная научно-техническая конференция
«Оптические методы исследования потоков»
Москва, 29 июня— 03 июля 2015 г.

УДК 535.36; 523.31; 519.6

В.П. Будак, О.В. Шагалов

Московский энергетический институт (технический университет), Россия,111250, Москва, Краснօказарменная ул., 14, E-mail: BudakVP@mpei.ru, ShagalovOV@gmail.com

МОДЕЛИРОВАНИЕ СВЕТОВЫХ ПОЛЕЙ В АТМОСФЕРЕ С УЧЕТОМ РАЗОРВАННОЙ ОБЛАЧНОСТИ В КВАЗИДВУХПОТОКОВОМ ПРИБЛИЖЕНИИ

АННОТАЦИЯ

Повышение точности измерительной аппаратуры спутниковых систем для оптического дистанционного зондирования в последние годы позволило перейти к решению принципиально новых задач по определению глобального распределения содержания малых газовых компонент в атмосфере. Поскольку все измерения подобных систем являются косвенными, то это приводит к ужесточению требований по точности решения уравнения переноса излучения (УПИ). Прежде всего, это требует максимально полного включения в модель переноса излучения в среде всех факторов, существенно влияющих на сигнал.

В каждый момент времени как минимум половина планеты покрыта облаками, поэтому наблюдения приходится проводить в разрывы между ними. Облака оказывают существенное влияние на сигнал, и моделирование следует проводить именно на разорванной облачности.

При этом сточки зрения обратных задач также важнейшим фактором является скорость алгоритма. На сегодняшний день не существует алгоритмов полностью удовлетворяющих требования обратных задач.

В работе предложен новый метод решения УПИ на основе квазидвухпотокового приближения, которое представляет собой сочетание приближенного метода решения с последующей итерацией для уточнения углового распределения яркости (метод синтетических итераций). При этом в качестве приближенного метода используется двухпотоковое приближение – простейший, а потому наибыстрейший метод решения УПИ.

В качестве случая разорванной облачности в работе рассмотрено плоское облако с цилиндрическим отверстием.

РАЗОРВАННАЯ ОБЛАЧНОСТЬ, СИНТЕТИЧЕСКИЕ ИТЕРАЦИИ, КВАЗИДВУХПОТОКОВОЕ ПРИБЛИЖЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ

Описание задачи

В последние годы измерительное оборудование для оптического дистанционного зондирования сделало существенный шаг вперед в вопросе, касающегося точности измерений. В связи с этим открылись пути решения одной из самых актуальных задач, стоящих перед человечеством, касающейся угрозы глобального потепления: измерение с необходимой точностью концентраций малых газовых компонентов атмосферы, вносящих вклад в парниковый эффект [1-2]. В свою очередь это ужесточило требования систем для зондирования к прямым моделям для обработки спутниковых данных по скорости и точности. Для достижения высокой точности в модель необходимо включать все известные факторы, существенно влияющие на сигнал: поляризацию, анизотропию рассеяния, отражение подложкой, истинное поглощение. Среди этих факторов нельзя не отметить эффекты, связанные с разорванной облачностью. В каждый момент времени как минимум половина нашей планеты покрыта облаками, и наблюдения всегда ведутся в разрывы между ними. При этом проявляются различные эффекты, не учет которых в предельном случае может приводить к ошибке в 140% [3]. Однако включение в модель большого числа факторов негативно сказывается на скорости вычисления, и это приводит к мысли о том, что традиционные методы в данном круге задач, по-видимому, себя исчерпали, и требуется принципиально иной подход.

Предлагаемое решение

В данной статье мы предлагаем новое решение УПИ для плоского слоя мутной среды с учетом разорванной облачности на основе квазидвухпотокового приближения. Физической основой теории переноса излучения является лучевое приближение, неизбежно порождающее пространственно-угловые особенности, которые не могут быть представлены численно. Для ухода от этой проблемы мы используем классическое представление полного решения УПИ в виде суммы анизотропной части (содержащей особенности и вычисляемой аналитически) и регулярной добавки (являющейся гладкой функцией, которая может быть представлена численно). В статье [4] показано, что после выделения анизотропной части и дискретизации УПИ имеет единственное решение в матричной форме, а значит и единственную принципиально возможную компьютерную реализацию. Это значит, что ключ к ускорению алгоритма следует искать в как можно более правильном выделении анизотропной части, чтобы получить регулярную часть как можно более гладкой.

Для этой цели в качестве метода выделения анизотропии мы используем малоугловое приближение метода сферических гармоник (МСГ), поскольку этот метод является наилучшим малоугловым методом, позволяющим выделить анизотропную часть очень точно [5].

Для вычисления регулярной части решения мы используем квазидвухпотоковое приближение. Этот метод представляет собой специальный случай метода синтетических итераций, предложенный в ядерной физике [6]. Метод предполагает разбиение обычной итерации на два этапа. На первом приближенным методом важно точно учесть энергетику, а на втором уточнить угловое распределение обычной итерацией. В качестве приближенного метода мы используем двухпотоковое приближение, как простейший, а потому наибыстрейший метод решения УПИ.

В качестве случая с разорванной облачностью мы рассматриваем цилиндрическое отверстие в плоско-параллельном облаке. При этом вместо двухпотокового приближения в качестве первого шага синтетической итерации мы используем диффузионное приближение, поскольку оно представляется более удобным с точки зрения обобщения на произвольную геометрию. После этого строится гексагональная сетка из концентрических цилиндров для вычисления итерации.

КВАЗИДВУХПОТОКОВОЕ ПРИБЛИЖЕНИЕ

Краевая задача УПИ для однородного плоского слоя мутной среды

Рассмотрим случай, когда однородный плоский слой мутной среды с оптической глубиной τ_0 облучается плоским мононаправленным источником под углом θ_0. Краевая задача УПИ в этом случае имеет вид

$$\begin{cases} \mu \dfrac{dL(\tau,\mu,\varphi)}{d\tau} = -L(\tau,\mu,\varphi) + \dfrac{\Lambda}{4\pi} \oint x(\hat{\mathbf{l}},\hat{\mathbf{l}}') L(\tau,\mu',\varphi') d\hat{\mathbf{l}}', \\ L(\tau,\mu,\varphi)\big|_{\tau=0,\,\mu\geq 0} = \delta(\mu-\mu_0),\, L(\tau,\mu,\varphi)\big|_{\tau=\tau_0,\,\mu\leq 0} = 0, \end{cases} \tag{1}$$

где $L(\tau,\mu,\varphi)$ – яркость светового поля на оптической глубине τ в направлении, определяемом $\mu=\cos\theta$ и φ (θ и φ – зенитный и азимутальный углы соответственно), $\mu_0=\cos\theta_0$, Λ – альбедо однократного рассеяния, $x(\hat{\mathbf{l}},\hat{\mathbf{l}}')$ – индикатриса рассеяния (здесь и далее символом « $\hat{}$ » обозначены единичные векторы). Интеграл в (1) берется по всему телесному углу 4π, $d\hat{\mathbf{l}}'$ – элементарный телесный угол в направлении $\hat{\mathbf{l}}'$.

Вычисление анизотропной части решения

Решение УПИ так или иначе сводится к замене интеграла рассеяния конечной суммой с целью иметь возможность воспользоваться тем или иным численным методом. Однако в граничных условиях имеется δ-функция, для разложения которой требуется бесконечное число членов. Для ухода от этой проблемы воспользуемся классическим методом представления полного решения УПИ в виде суммы

$$L(\tau,\mu,\varphi) = L_a(\tau,\mu,\varphi) + \tilde{L}(\tau,\mu,\varphi), \tag{2}$$

где $L_a(\tau,\mu,\varphi)$ - анизотропная часть решения (содержащая особенность и вычисляемая аналитически), а $\tilde{L}(\tau,\mu,\varphi)$ - регулярная (гладкая) добавка, представленная численно. Для вычисления анизотропной части мы используем МСГ. Этот метод основан на разложении тела яркости по сферическим функциям, принимая во внимание следующее свойство. Функция быстро меняющаяся от своего аргумента в пространственной области изменяется медленно в зависимости от номера гармоники в частотной области. Эта процедура подробно описана, например, в [7]. Здесь мы приведем лишь окончательное выражение:

$$L_a(\tau,\mu,\varphi) = \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{m=-k}^{k} \frac{2k+1}{4\pi} Z_k(\tau)\, \mathrm{Q}_k^n(\mu_0)\, \mathrm{Q}_k^m(\mu)\, \mathrm{e}^{im\varphi}, \tag{3}$$

где

$$Z_k(\tau) = \exp\left[-\frac{(1-\Lambda\, \mathrm{x}_k)\tau}{\mu_0} \right], \tag{4}$$

x_k – k-й член индикатрисы рассеяния, разложенной в ряд по полиномам Лежандра, Q_k^n - перенормированные полиномы Лежандра. Следует отметить, что с точки зрения выражений способ выделения анизотропной части влияет только на вид функции источников, однако с точки зрения решения в целом, МСГ позволяет получить регулярную часть гладкой, практически изотропной функцией, что в свою очередь позволяет использовать более крупную сетку при реализации.

Регулярная часть решения

Подставим решение в виде суммы (2) в исходную краевую задачу (1) и получим новое уравнение для регулярной части решения:

$$\mu\frac{d\tilde{L}(\tau,\mu,\varphi)}{d\tau}+\tilde{L}(\tau,\mu,\varphi)=\frac{\Lambda}{4\pi}\oint x(\hat{\mathbf{l}},\hat{\mathbf{l}}')\tilde{L}(\tau,\mu',\varphi')d\hat{\mathbf{l}}'+Q(\tau,\mu,\varphi,\mu',\varphi'), \tag{5}$$

где

$$Q(\tau,\mu,\varphi,\mu',\varphi')=\frac{\Lambda}{4\pi}\oint x(\hat{\mathbf{l}},\hat{\mathbf{l}}')L_a(\tau,\mu',\varphi')d\hat{\mathbf{l}}'-\mu\frac{dL_a(\tau,\mu,\varphi)}{d\tau}-L_a(\tau,\mu,\varphi) \tag{6}$$

есть функция источников, обусловленная невязкой вследствие выделения анизотропной части решения.

Для решения полученного уравнения в этом случае воспользуемся квази-двухпотоковым методом, который представляет собой комбинацию двухпотокового приближения и одной итерации от решения. Двухпотоковое приближение основано на интегрировании УПИ по двум полусферам направлений в пространстве – верхней и нижней. В результате мы имеем два неоднородных дифференциальных уравнения для полусферических облученностей (в матричной форме):

$$\overleftrightarrow{\mathrm{M}}\frac{d\,\vec{\mathrm{E}}(\tau)}{d\tau}=-\overleftrightarrow{\mathrm{A}}\vec{\mathrm{E}}(\tau)+\Lambda\,\mathrm{e}^{-\tau/\mu_0}\,\vec{\mathrm{F}}, \tag{7}$$

где $\vec{\mathrm{E}}(\tau)$ – вектор-столбец полусферических облученностей, $\overleftrightarrow{\mathrm{M}}$ – диагональная матрица, содержащая средние косинусы рассеяния, $\overleftrightarrow{\mathrm{A}}$ – квадратная системная матрица и $\vec{\mathrm{F}}$ – вектор-столбец, вид которого определяется способом выделения анизотропной части. Представив матричную экспоненту через собственные векторы и собственные значения, получим решение уравнения (7):

$$\vec{\mathrm{E}}(\tau)=\mathrm{e}^{-\overleftrightarrow{\mathrm{B}}\tau}\,\tilde{E}(0)+\Lambda\mu_0\,\mathrm{e}^{-\overleftrightarrow{\mathrm{B}}\tau}(\overleftrightarrow{1}-\mu_0\,\overleftrightarrow{\mathrm{B}})\left(\overleftrightarrow{1}-\mathrm{e}^{-\tau/\mu_0}\,\mathrm{e}^{\overleftrightarrow{\mathrm{B}}\tau}\right)\overleftrightarrow{\mathrm{M}}\,\vec{\mathrm{F}}, \tag{8}$$

где $\overleftrightarrow{\mathrm{B}}=\overleftrightarrow{\mathrm{M}}^{-1}\,\overleftrightarrow{\mathrm{A}}$. Последнее выражение позволяет оценить интеграл рассеяния в (5) и, взяв первую итерацию, получить выражения для яркости светового поля:

$$\tilde{L}(\tau_0,\mu)\Big|_{\mu>0}=\frac{\mathrm{e}^{-\tau_0/\mu}}{\mu}\int_0^{\tau_0}\mathrm{e}^{\tau/\mu}\left[W_{\downarrow}(\tau)+\frac{\Lambda}{4\pi}x(\hat{\mathbf{l}}_0,\hat{\mathbf{l}})\,\mathrm{e}^{-\tau/\mu_0}\right]d\tau, \tag{9}$$

$$\tilde{L}(0,\mu)\Big|_{\mu<0}=-\frac{1}{\mu}\int_0^{\tau_0}\mathrm{e}^{\tau/\mu}\left[W_{\uparrow}(\tau)+\frac{\Lambda}{4\pi}x(\hat{\mathbf{l}}_0,\hat{\mathbf{l}})\,\mathrm{e}^{-\tau/\mu_0}\right]d\tau, \tag{10}$$

где $W_{\downarrow}(\tau)$ и $W_{\uparrow}(\tau)$ – линейные комбинации полусферических облученностей и коэффициентов рассеяния.

ОТВЕРСТИЕ В ОБЛАКЕ

Краевая задача УПИ для случая цилиндрического отверстия в плоскопараллельном облаке

Рассмотрим случай, когда бесконечный плоскопараллельный облачный слой имеет цилиндрическое отверстие, при этом также облучается плоским мононаправленным источником под углом θ_0. Краевая задача УПИ будет иметь вид:

$$\begin{cases} (\hat{\mathbf{l}},\nabla)L(\mathbf{r},\hat{\mathbf{l}}) + \varepsilon(\mathbf{r})L(\mathbf{r},\hat{\mathbf{l}}) = \dfrac{\Lambda(\mathbf{r})\varepsilon(\mathbf{r})}{4\pi}\oint L(\mathbf{r},\hat{\mathbf{l}}')x(\mathbf{r};\hat{\mathbf{l}}',\hat{\mathbf{l}})d\hat{\mathbf{l}}', \\ L(\mathbf{r},\hat{\mathbf{l}})\Big|_{\mathbf{r}\in T,\hat{\mathbf{l}}\in\Omega_+} = \delta(\hat{\mathbf{l}}-\hat{\mathbf{l}}_0),\ \ L(\mathbf{r},\hat{\mathbf{l}})\Big|_{\mathbf{r}\in B,\hat{\mathbf{l}}\in\Omega_-} = 0, \end{cases} \tag{11}$$

где $L(\mathbf{r},\hat{\mathbf{l}})$ – яркость светового поля в произвольной точке $\mathbf{r}$ по направлению $\hat{\mathbf{l}}$, $\varepsilon(\mathbf{r})$ – коэффициент ослабления (сумма коэффициентов рассеяния и поглощения), T и B – верхняя и нижняя граница облака соответственно. Начало координат системы OXYZ находится в центре верхней границы отверстия, ось Z направлена вниз. Параметры слоя:

$$\varepsilon(\mathbf{r}),\Lambda(\mathbf{r}),x(\mathbf{r};\hat{\mathbf{l}}',\hat{\mathbf{l}}) = \begin{cases} \varepsilon,\Lambda,x(\hat{\mathbf{l}}',\hat{\mathbf{l}}),\ \ \mathbf{r}\notin C, \\ \quad 0,\ \ \mathbf{r}\in C, \end{cases} \tag{12}$$

где C – область отверстия в слое.

Анизотропная часть решения

Анизотропия является локальным свойством уравнения, поэтому для ее определения мы воспользуемся предположением о независимом слое мутной среды с оптической толщей, равной оптической толщи для прямых лучей. В виду этого выражение для анизотропной части решения будет таким же, как (3), но с оптической толщей $\xi(\mathbf{r})$, зависящей от пространственных координат. Для определения выражения для оптической толщи в случае с цилиндрическим отверстием необходимо найти пересечение луча с цилиндром. Уравнение луча вдоль направления падения момнонаправленного источника имеет вид:

$$\mathbf{r} = \mathbf{d} + \xi\hat{\mathbf{l}}_0, \tag{13}$$

где $\mathbf{d}$ – вектор точки входа луча независимого плоского слоя;

$$(\mathbf{r}-(\mathbf{r},\hat{\mathbf{k}})\mathbf{k})^2 = R^2 \tag{14}$$

есть точка на поверхности цилиндра на расстоянии R от его оси. Подставим (13) в (14):

$$\xi^2 + 2(\mathbf{d}-(\mathbf{r},\hat{\mathbf{k}})\mathbf{k},\hat{\mathbf{l}}_0)\xi + (\mathbf{d}-(\mathbf{r},\hat{\mathbf{k}})\mathbf{k})^2 - R^2 = 0 \tag{15}$$

Мы получили квадратное уравнение, из которого можно найти оптическую толщу ξ. В случае, когда лучи не пересекают отверстие, $\xi = H/\mu_0$, где H – высота цилиндра.

Регулярная часть решения

Снова подставим в исходную краевую задачу (11) решение в виде суммы и получим уравнение для гладкой части

$$(\hat{\mathbf{l}},\nabla)\tilde{L}(\mathbf{r},\hat{\mathbf{l}}) + \varepsilon(\mathbf{r})\tilde{L}(\mathbf{r},\hat{\mathbf{l}}) = \frac{\Lambda(\mathbf{r})\varepsilon(\mathbf{r})}{4\pi}\oint \tilde{L}(\mathbf{r},\hat{\mathbf{l}}')x(\hat{\mathbf{l}}',\hat{\mathbf{l}})d\hat{\mathbf{l}}' + S(\mathbf{r},\hat{\mathbf{l}}), \tag{16}$$

где функция источников

$$S(\mathbf{r},\hat{\mathbf{l}}) = \frac{\Lambda(\mathbf{r})\varepsilon(\mathbf{r})}{4\pi} \oiint L_a(\mathbf{r},\hat{\mathbf{l}}')x(\hat{\mathbf{l}}',\hat{\mathbf{l}})d\hat{\mathbf{l}}' - (\hat{\mathbf{l}},\nabla)L_a(\mathbf{r},\hat{\mathbf{l}}) + \varepsilon(\mathbf{r})L_a(\mathbf{r},\hat{\mathbf{l}})\,. \tag{17}$$

В случае цилиндрического отверстия мы имеем дело с изменением оси симметрии с точки зрения двухпотокового приближения. Особенно это становится существенно в случае произвольной геометрии. Отсюда следует, что данный подход не самый удачный в данном случае. Следующим по эффективности с точки зрения программной реализации представляется диффузионное приближение. Поэтому в качестве первого шага в методе синтетических итераций для данного случая мы будем использовать диффузионное приближение вместо двухпотокового. В дальнейшем будет удобнее обобщить метод на произвольную геометрию. Суть диффузионного приближения основана на разложении тела яркости по сферическим функциям с сохранением первых двух членов:

$$\tilde{L}(\mathbf{r},\hat{\mathbf{l}}) = C_{00}(\mathbf{r})\,\mathrm{Y}_0^0(\hat{\mathbf{l}}) + \sum_{m=-1}^{1} C_{1m}(\mathbf{r})\,\mathrm{Y}_1^m(\hat{\mathbf{l}}) = \frac{1}{4\pi}E_0(\mathbf{r}) + \frac{3}{4\pi}\boldsymbol{\mathcal{E}}(\mathbf{r})\hat{\mathbf{l}} = \frac{1}{4\pi}\Big(E_0(\mathbf{r}) + 3\boldsymbol{\mathcal{E}}(\mathbf{r})\hat{\mathbf{l}}\Big), \tag{18}$$

$$S(\mathbf{r},\hat{\mathbf{l}}) = s_{00}(\mathbf{r})\,\mathrm{Y}_0^0(\hat{\mathbf{l}}) + \sum_{m=-1}^{1} s_{1m}(\mathbf{r})\,\mathrm{Y}_1^m(\hat{\mathbf{l}}) \equiv \frac{1}{4\pi}\Big(s_0(\mathbf{r}) + 3\mathbf{s}(\mathbf{r})\hat{\mathbf{l}}\Big), \tag{19}$$

$$x(\hat{\mathbf{l}}'\cdot\hat{\mathbf{l}}) = \sum_{l=0}^{\infty}\frac{2l+1}{4\pi}x_l\,\mathrm{P}_l(\hat{\mathbf{l}}'\cdot\hat{\mathbf{l}})\,, \tag{20}$$

где

$$\begin{gathered} E_0(\mathbf{r}) = \oiint \tilde{L}(\mathbf{r},\hat{\mathbf{l}})d\hat{\mathbf{l}}, \quad \boldsymbol{\mathcal{E}}(\mathbf{r}) = \oiint \tilde{L}(\mathbf{r},\hat{\mathbf{l}})\hat{\mathbf{l}}d\hat{\mathbf{l}}, \\ s_0(\mathbf{r}) = \oiint \mathrm{S}(\mathbf{r},\hat{\mathbf{l}})d\hat{\mathbf{l}}, \quad \mathbf{s}(\mathbf{r}) = \oiint \mathrm{S}(\mathbf{r},\hat{\mathbf{l}})\hat{\mathbf{l}}d\hat{\mathbf{l}}, \end{gathered} \tag{21}$$

а P_l - обыкновенные полиномы Лежандра.

Подставим (18)-(20) в (16), учитывая, что

$$\frac{1}{4\pi}\oiint x(\hat{\mathbf{l}}',\hat{\mathbf{l}})d\hat{\mathbf{l}}' = 1, \tag{22}$$

$$\frac{1}{4\pi}\oiint \hat{\mathbf{l}}'x(\hat{\mathbf{l}}',\hat{\mathbf{l}})d\hat{\mathbf{l}}' = \frac{1}{4\pi}\oiint\Big(\hat{\mathbf{l}}_\perp\sqrt{1-\mu^2}\cos\varphi + \hat{\mathbf{l}}\mu\Big)x(\hat{\mathbf{l}}',\hat{\mathbf{l}})d\hat{\mathbf{l}}' = \frac{1}{4\pi}\hat{\mathbf{l}}\oiint \mu x(\hat{\mathbf{l}}',\hat{\mathbf{l}})d\hat{\mathbf{l}}' = \hat{\mathbf{l}}\bar{\mu}, \tag{23}$$

где $\hat{\mathbf{l}}' = \hat{\mathbf{l}}_\perp\sqrt{1-\mu^2}\cos\varphi + \mu\hat{\mathbf{l}}$, $\bar{\mu} = \frac{1}{4\pi}\oiint(\hat{\mathbf{l}}',\hat{\mathbf{l}})x(\hat{\mathbf{l}}',\hat{\mathbf{l}})d\hat{\mathbf{l}}' = \frac{x_1}{3}$ - средний косинус рассеяния, и получим

$$\Big[(\hat{\mathbf{l}},\nabla) + \varepsilon - \Lambda\varepsilon\Big]E_0(\mathbf{r}) + 3\Big[(\hat{\mathbf{l}},\nabla) + \varepsilon - \Lambda\varepsilon\bar{\mu}\Big]\hat{\mathbf{l}}\boldsymbol{\mathcal{E}}(\mathbf{r}) = s_0(\mathbf{r}) + 3\mathbf{s}(\mathbf{r})\hat{\mathbf{l}}\,. \tag{24}$$

Далее проинтегрируем полученное выражение по полному телесному углу, принимая во внимание, что

$$\oint \hat{\mathbf{l}} d\hat{\mathbf{l}} = 0,$$
$$\oint \hat{\mathbf{l}} \mathcal{E}(\mathbf{r}) d\hat{\mathbf{l}} = \mathcal{E}(\mathbf{r}) \oint \hat{\mathbf{l}} d\hat{\mathbf{l}} = 0, \tag{25}$$
$$\oint (\hat{\mathbf{l}}, \nabla) \hat{\mathbf{l}} \mathcal{E}(\mathbf{r}) d\hat{\mathbf{l}} = \nabla \oint \hat{\mathbf{l}} (\hat{\mathbf{l}} \mathcal{E}(\mathbf{r})) d\hat{\mathbf{l}} = \frac{4\pi}{3} \nabla \mathcal{E}(\mathbf{r}),$$

и получим

$$\varepsilon(1-\Lambda) E_0(\mathbf{r}) + \nabla \mathcal{E}(\mathbf{r}) = s_0(\mathbf{r}). \tag{26}$$

Умножим уравнение (24) на $\hat{\mathbf{l}}$ и снова проинтегрируем его по полному телесному углу:

$$\frac{1}{3} \nabla E_0(\mathbf{r}) + \varepsilon(1 - \Lambda\overline{\mu}) \mathcal{E}(\mathbf{r}) = \mathbf{s}(\mathbf{r}). \tag{27}$$

Предположим, что тело яркости, связанное с невязкой от анизотропной части решения близко к изотропному, и

$$\mathbf{s}(\mathbf{r}) \approx 0. \tag{28}$$

Это означает, что уравнение (27) можно представить в виде

$$\frac{1}{3} \nabla E_0(\mathbf{r}) + \varepsilon(1 - \Lambda\overline{\mu}) \mathcal{E}(\mathbf{r}) = 0 \Rightarrow \mathcal{E}(\mathbf{r}) = -\frac{1}{3} \frac{1}{\varepsilon(1 - \Lambda\overline{\mu})} \nabla E_0(\mathbf{r}) \equiv D \nabla E_0(\mathbf{r}), \tag{29}$$

что позволяет свести определение регулярной части решения к уравнению диффузии

$$D \Delta E_0(\mathbf{r}) + \varepsilon(1-\Lambda) E_0(\mathbf{r}) = s_0(\mathbf{r}). \tag{30}$$

Итерация в случае цилиндрического отверстия

Для того чтобы взять первую итерацию перейдем к интегральному УПИ в форме Пайерлса. Для этого введем новую систему координат вдоль луча [7]. В этом случае произвольная точка $\mathbf{r}$ в Декартовой системе координат от рассматриваемой точки $\mathbf{R}$ на расстоянии ζ в направлении $\hat{\mathbf{l}}$ определяется выражением

$$\mathbf{r} = \mathbf{R} + \zeta \hat{\mathbf{l}}. \tag{31}$$

Подставим последнее выражение в УПИ и после преобразований получим

$$\tilde{L}(\mathbf{R} + \zeta \hat{\mathbf{l}}) = L_0(\mathbf{R} + \zeta \hat{\mathbf{l}}) + \frac{\Lambda \varepsilon}{4\pi} \int_0^{\zeta} \mathrm{e}^{\varepsilon(\upsilon - \zeta_0)} \oint x(\hat{\mathbf{l}}, \hat{\mathbf{l}}') \tilde{L}(\mathbf{R} + \upsilon \hat{\mathbf{l}}', \hat{\mathbf{l}}') \, \mathrm{d}\, \hat{\mathbf{l}}' d\upsilon, \tag{32}$$

где $L_0(\mathbf{R} + \zeta \hat{\mathbf{l}})$ – яркость прямого нерассеянного излучения. Для расчета последнего выражения мы размечаем область отверстия сеткой из гексагональных ячеек [8], в каждом узле $\mathbf{r}_{ij}$ которой хранятся дискретные значения яркости по фиксированному направлению $\hat{\mathbf{l}}_{pq}$ в соответствии с выбранной квадратурной формулой интегрирования по полному телесному углу [9]. На первом этапе в каждом узле вычисляется свертка по телесному углу. После чего, значения между узлами интерполируются согласно той или иной схеме аппроксимации во время вычисления интеграла вдоль луча. Сравнение алгоритма по предложенному методу проводились с алгоритмом MDOM [7], в котором используется МСГ для вычисления анизотропной части, а для регулярной – метод дискретных ординат, что по сути является точным решением УПИ. Программа MDOM разработана для вычислений в однородном слое, поэтому сравнение проводилось только для случая $R=0$. Результаты показали, что ошибка в верхнюю полусферу не превышает 4%.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей статье предложен новый метод решения УПИ с учетом эффектов разорванной облачности. Поскольку после выделения анизотропной части и дискретизации УПИ имеет единственное решение, то ключ к ускорению алгоритма следует искать в как можно более правильном выделении анизотропной части, чтобы получить регулярную как можно более гладкой функцией. МСГ является наилучшим методом выделения анизотропной части решения, что позволяет получить регулярную часть практически изотропной функцией. Этот факт в свою очередь позволяет предположить, что здесь уместно использовать метод синтетических итераций, и простейшие методы решения УПИ для его первого этапа. Квазидвухпотоковое приближение является достаточно удобным в случае однородного слоя мутной среды, в то время как в случае произвольной геометрии (разорванной облачности) более удобным является диффузионное приближение в качестве первого шага синтетических итераций.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Rayner P. J., O'Brien D. M.** The utility of remotely sensed CO2 concentration data in surface source inversions // Geophysical Research Letters. 2001 vol. 1, pp. 175-178.
2. **Suto H., Kawashima T., Yoshida J., Ishida J., Kuze A., Nakajima M., Hamazaki T.** The pre-launch performance test and calibration results of Thermal And Near infrared Sensor for carbon Observation (TANSO) on GOSAT. // Proc. of SPIE. 2008. vol. 7106 71060L, pp. 1-10.
3. **Kassianov E., Ovchinnikov M., Berg L.K., McFarlane S.A., Flynn C.** Retrieval of aerosol optical depth in vicinity of broken clouds from reflectance ratios: Sensitivity study // Journal of Quantitative Spectroscopy & Radiative Transfer. 2009. vol. 110, p. 1677-1689.
4. **Будак В.П., Ефременко Д.С., Шагалов О.В.** Сравнительный анализ алгоритмов решения векторного уравнения переноса излучения по эффективности для плоского слоя мутной среды // Оптика атмосферы и океана. 2011. № 24, с. 1088-1097.
5. **Будак В.П., Федосов В.П.** О связи малоугловых форм приближенного решения уравнения переноса излучения. // В кн.: Круговорот вещества и энерг. в водоемах. 1985. Иркутск: ЛИ СО АН СССР, с.78-79.
6. **Adams M.L., Larsen E.W.** Fast iterative methods for discrete-ordinates particle transport calculations. // Progress in Nuclear Energy. 2002. vol. 40, pp. 3-159.
7. **Budak V.P., Klyuykov D.A., Korkin S.V.** Complete matrix solution of radiative transfer equation for pile of horizontaly homogeneous slabs. // J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer. 2011. v. 112, pp. 1141-1148.
8. **Mitchell A.R., Wait R.** The Finite Element Method in Partial Differential Equation. London: Wiley 1976.
9. **Koch R., Becker R.** Evaluation of quadrature schemes for the discrete ordinates method. // J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transf. 2004. vol. 84, pp. 423–435.

V.P. Budak, O.V. Shagalov

National Research University «Moscow Power Engineering Institute», Russia
111250, Moscow, Krasnokazarmennaya st., 14, E-mail:
BudakVP@mpei.ru,ShagalovOV@gmail.com

LIGHT FIELDS MODELING IN THE ATMOSPHERE CONSIDER BROKEN CLOUDINESS EFFECTS BASED ON QUASI-TWOSTREAM APPROXIMATION

The increasing of the accuracy of the measurement systems of satellites for optic remote sensing in recent years allows solving fundamentally new problems connected with determining of the global distribution of the small gas components in the atmosphere. All of such measurements are indirect. Its leads to stiffening of the requirements to the accuracy of solving radiative transfer equation (RTE). At first it is necessary to include in the model all the factors which affect the signal significantly.

Every moment at least half of the planet is covered by clouds. Due to this factor measurements almost always are making in breaks in cloudiness. Clouds affect the signal significantly so one should consider it in modeling.

From the point of view of inverse problems high speed of the algorithm is very important too. There are no algorithms which satisfy fully the requirements of the inverse problems for now.

In this paper the new method of RTE solving based on quasi-twostream approximation was proposed. The method is a combination of the approximate method with one iteration to adjust radiance angle distribution (synthetic iterations). As an approximate method we use twostream approximation – the simplest and the fastest method of solving RTE.

We consider the cylindrical hole in a plane parallel cloud as a case of broken cloudiness.

BROKEN CLOUDS, SYNTHETIC ITERATIONS, QUASI TWO-STREAM APPROXIMATION