



УДК 53.082.53:004.94

Н.В. Семидетнов

*Санкт-Петербургский государственный морской технический университет, Россия,
190008, Санкт-Петербург, ул. Лоцманская, д. 3, E-mail: n.semidetnov@ans.spb.ru*

УЧЕТ ДИСПЕРСИИ ПОКАЗАТЕЛЯ ПРЕЛОМЛЕНИЯ ПРИ РЕШЕНИИ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ СПЕКТРАЛЬНОГО ОСЛАБЛЕНИЯ ИЗЛУЧЕНИЯ

АННОТАЦИЯ

В работе представлены результаты исследования влияния дисперсии показателя преломления микрочастиц на спектральное ослабление излучения и предлагается методика решения обратной задачи по методу приведения к интегралу Фурье с учетом дисперсии. Обнаружены проблемы обработки, предложен и проверен способ решения.

**ОБРАТНАЯ ЗАДАЧА, СПЕКТРАЛЬНОЕ ОСЛАБЛЕНИЕ, КОМПЬЮТЕРНОЕ
МОДЕЛИРОВАНИЕ, ДИСПЕРСНОСТЬ**

ВВЕДЕНИЕ

Измерения характеристик дисперсности двухфазных мелкодисперсных сред является широко распространенной задачей в экологии, энергетике, коллоидной физике и других областях знания. В частности в энергетике при экспериментальных исследованиях эффективности процесса преобразования энергии пара в механическую энергию требуется знать содержание влаги в паре. Измерение влажности пара в проточной части экспериментальных паровых турбин обычно осуществляют мало возмущающими оптическими методами. Во многих практических случаях для измерения характеристик дисперсности капель влаги в паре применяется метод измерения спектрального ослабления излучения с последующим решением обратной задачи ослабления [1, 2].

К настоящему времени предложено большое число методов решения некорректной обратной задачи, в том числе применительно к измерениям влажности пара в турбине. Применяемые методы решения задачи основываются в большинстве своем на применении метода регуляризации [3]. Необходимость поиска компромисса между устойчивостью и точностью решения, приводит, как правило, к существенным погрешностям полученного решения. В работе [2] предложен способ решения обратной задачи спектрального ослабления методом приведения к интегралу Фурье, а в работе [3] приведены результаты математического моделирования предложенного метода. Разработанный в этой работе алгоритм положен в основу программы обработки экспериментальных результатов. Алгоритм и программа базируются на допущении о постоянстве показателя преломления воды. Однако известно, что показатель преломления воды зависит не только от длины волны, но и от температуры, что при измерениях в модельной паровой турбине может оказаться существенным. Многие авторы учитывают дисперсию показателя преломления воды в своих работах [4, 5]. Кроме того, необходимость оценки точности измерений разработанной аппаратурой и программным обеспечением требует верификационных измерений в средах с известными характеристиками дисперсности. В настоящее время для

таких измерений используются в большинстве случаев частицы полистирола в воде [4]. Для этого материала характерен очень широкий диапазон изменения показателя преломления в функции длины волны. Таким образом, задачей работы является разработка методики учета дисперсии показателя преломления при обработке данных натурального эксперимента в модельной турбине и при измерениях частиц полистирола в воде.

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ И ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЕ ПРОБЛЕМЫ

Метод спектральной ослабления базируется на законе Бугера-Ламберта-Бера, согласно которому ослабление T излучения интенсивностью I_0 и длиной волны λ в рассеивающей среде на трассе длиной L , описывается соотношением:

$$T(\lambda) = \frac{I(\lambda)}{I_0(\lambda)} = \exp \left\{ -\pi L \int_0^{\infty} K(r, \lambda) N(r) r^2 dr \right\}, \quad (1)$$

где $I(r, \lambda)$ – интенсивность света на дистанции L , r – радиус частицы, $N(r)$ – закон распределения частиц по радиусам, а $K(r, \lambda)$ – фактор эффективности ослабления.

Размеры частиц в теории рассеяния обычно выражают отношением к длине волны в виде известного параметра Ми – $\rho = 2\pi r/\lambda$. Вводя пространственную частоту $s = 2\pi/\lambda$, получим $\rho = rs$. А обозначив $G(s) = \ln(T)/\pi L$ приведем левую часть к виду $g(s) = G(s)/s^2$. Это функция есть производное полученных в эксперименте результатов измерения I_0/I . Правая часть (1) определяется характеристиками дисперсной фазы среды. Обозначив $k(\rho) = K(\rho)/\rho^2$ уравнение (1) примет следующий вид

$$g(s) = \int_0^{\infty} k(\rho) N(r) r^4 dr. \quad (2)$$

Рядом преобразований этого уравнения, описанных в [3], оно приводится к форме, соответствующей прямому преобразованию Фурье. Тогда, применяя обратное преобразование

$$N(e^p) e^{4p} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} A(t) / B(t) e^{itp} dt = f(p) \quad (3)$$

Здесь $e^p = r$, так что $N(e^p)$ это искомое распределение частиц по размерам, а $e^{4p} = r^4$. Таким образом, распределение частиц по размерам получаем как

$$N(r) = f(\ln(p)) / r^4. \quad (4)$$

Заметим, что $A(t)$ в уравнении (3) это производное левой части уравнения (2) и, следовательно, вытекает из результатов эксперимента. А $B(t)$ – производное характеристической зависимости $k(\rho)$, и определяется свойствами частиц дисперсной фазы, точнее говоря, показателем преломления материала частиц.

Показатель преломления как воды, так и полистирола зависит от длины волны. На рис. 1 приведены зависимости относительного показателя преломления для воды в сухом паре в диапазоне температур $50^\circ \div 100^\circ$ и для частиц полистирола в воде (по данным предоставленным Л. А. Фельдбергом). Диапазон длин волн соответствует спектральному диапазону измерений в турбине, принятому большинством авторов.

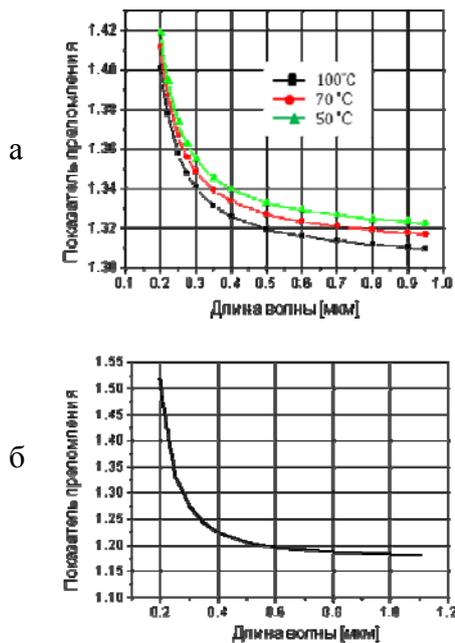


Рис.1 Дисперсия показателя преломления, а – вода, б – полистирол в воде

Из графиков следует, что показатель преломления капель воды в условиях эксперимента на модельной турбине лежит в диапазоне $1,31 \div 1,42$. А для полистирола в воде этот диапазон еще больше и составляет $1,19 \div 1,52$. Таким образом, модельный эксперимент и методика обработки данных, которые базируются на допущении о постоянстве коэффициента преломления, определенно не соответствуют реальным условиям физического эксперимента.

К сожалению, математический аппарат рассматриваемого метода не позволяет достаточно просто учесть дисперсию показателя преломления при восстановлении распределения частиц по размерам из экспериментальных результатов измерения. Действительно, $B(t)$ в знаменателе подинтегрального выражения в (3) есть характеристика ослабления в зависимости от относительного размера частицы ρ , которая теряет смысл при переменном значении длины волны.

В тоже время влияние дисперсии показателя преломления на характеристическую зависимость ослабления довольно существенно. На рис. 2 приведена зависимость $K(\rho)$, а на рис. 3 характеристическая зависимость $k(\rho)$ от длины волны в диапазоне длин волн $1,2 \div 1,4$.

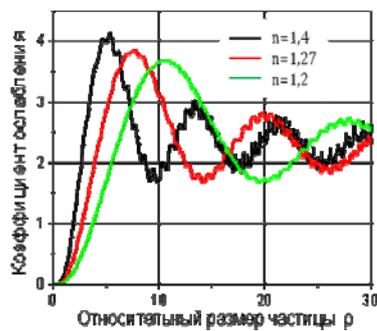


Рис. 2. Функция $K(\rho)$

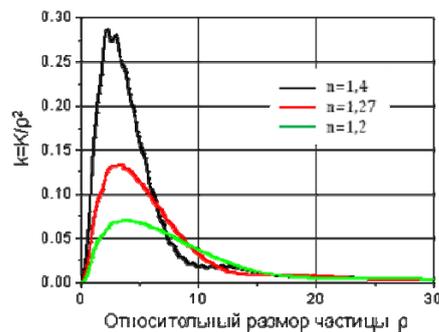


Рис.3 Влияние коэффициента преломления на $k(\rho)$

Видно, что характеристическая зависимость $k(\rho)$, которая собственно и используется при решении задачи, в существенной степени зависит от показателя преломления материала частицы.

Поскольку точное решение обратной задачи с учетом дисперсии показателя преломления получить невозможно предложена методика приближенного решения. Эта методика заключается в следующем: на первом этапе расчет закона распределения частиц по размерам по (3) и (4) выполняется без учета дисперсии показателя преломления для такого постоянного значения, которое обеспечивает в функции $f(p)$ наилучшее отношение амплитуды полезной низкочастотной составляющей преобразования к амплитуде шумовых колебаний. На втором этапе полученное распределение частиц по размерам используется для решения прямой задачи ослабления с учетом дисперсии показателя преломления, что дает расчетное значение спектрального ослабления $T_p(\lambda)$. А затем полученное расчетное распределение корректируется так, чтобы

$$T_s(\lambda) - T_p(\lambda) \Rightarrow \min. \quad (5)$$

Предложенная методика расчета реализована в компьютерной программе, которая моделирует результаты физического эксперимента, вычисляя спектральное ослабление излучения средой с заданными параметрами и переменным показателем преломления. Полученные зависимости используются затем как входные данные программы восстановления распределения по методу приведения к интегралу Фурье. Рис. 4 демонстрирует влияние дисперсии показателя преломления на спектральное ослабление излучения каплями воды при температуре 100°C и частицами полистирола в воде.

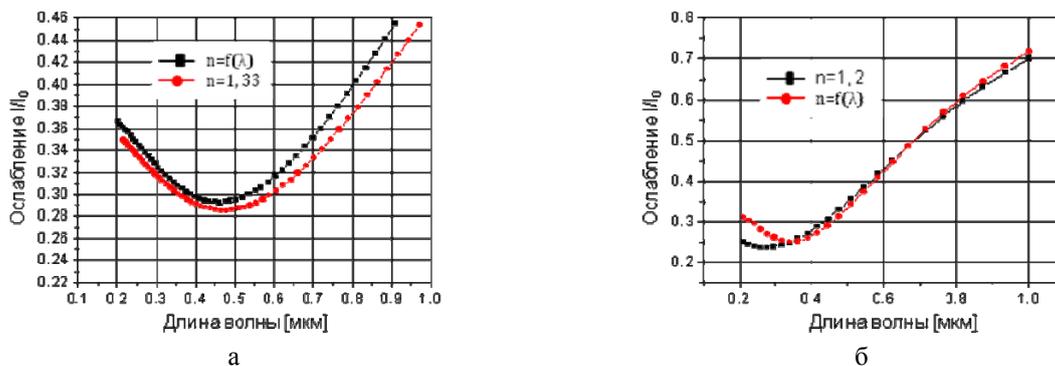


Рис. 4. Влияние дисперсии показателя преломления, а – вода, б - полистирол

При расчетах без учета дисперсии приняты следующие значения показателей преломления: $n = 1,33$ – вода, $n = 1,2$ – полистирол. Графики позволяют сделать заключение, что в общем случае влияние дисперсии показателя преломления на ход кривой ослабления относительно невелико, как для воды, так и для полистирола.

В тоже время определяющее значение при измерении влагосодержания представляет не сама функция распределения капель по размерам, а производное от нее объемное содержание влаги, вычисляемое по формуле

$$C_V = \frac{4\pi}{3} \int_{R_{\min}}^{R_{\max}} N(r)r^3 dr . \quad (6)$$

При расчетах объемной концентрации по предложенному выше алгоритму существенное влияние на шумы преобразования Фурье и погрешность оценки объемной концентрации оказывает выбор коэффициента преломления для расчета базовой характеристической зависимости (см. рис. 3), которая определяет знаменатель подинтегрального выражения в (3). На рис. 5 приведены оценки погрешности измерения объемной концентрации влаги при температуре 50°C для распределений с различным модальным размером и при использовании в расчете характеристических зависимостей вычисленных для различных коэффициентов преломления.

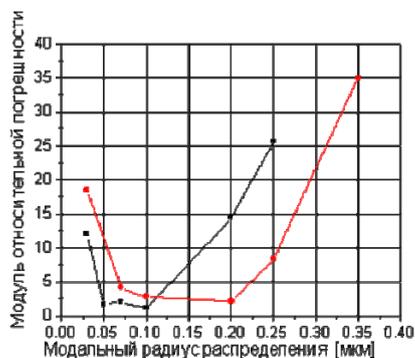


Рис. 5. Влияние характеристической зависимости ослабления на погрешность измерения

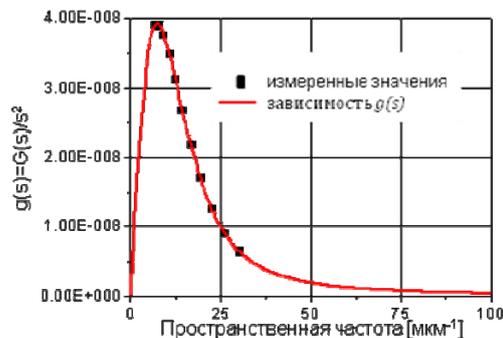


Рис. 6. Положение измеренных значений $g(s)$

Из приведенных графиков следует, что расширить диапазон измерения размеров при принятом допустимом значении погрешности измерения 5% можно за счет применения адаптивного алгоритма обработки экспериментальных данных. Такой алгоритм предполагает, что при обработке мелкодисперсного распределения в расчете используется характеристическая зависимость с более высоким значением показателя преломления, а для обработки крупнодисперсных распределений – с относительно низким показателем преломления. При этом все значения показателя преломления лежат в диапазоне его вариаций для данной среды и диапазона длин волн. Чтобы избежать длительного расчета нескольких преобразований Фурье с различными характеристическими зависимостями желательнее найти критерий для априорной приближенной оценки дисперсности распределения. В качестве такого критерия представляется возможным использовать положение экспериментально полученных точек относительно максимума зависимости $g(s)$. На рис. 6 показано положение точек примерно соответствующее границе условно мелкодисперсных и грубодисперсных сред. Расположение точек на правой спадающей ветке зависимости $g(s)$ ниже показанного на рисунке соответствует условно грубодисперсной среде, а на максимуме и левее его – условно мелкодисперсной среде.

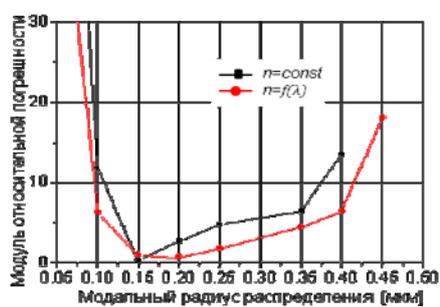


Рис. 7. Влияние учета дисперсии показателя преломления на погрешность определения объемной концентрации

Предложенная методика реализована также в программе обработки данных измерения раствора полистирола в воде.

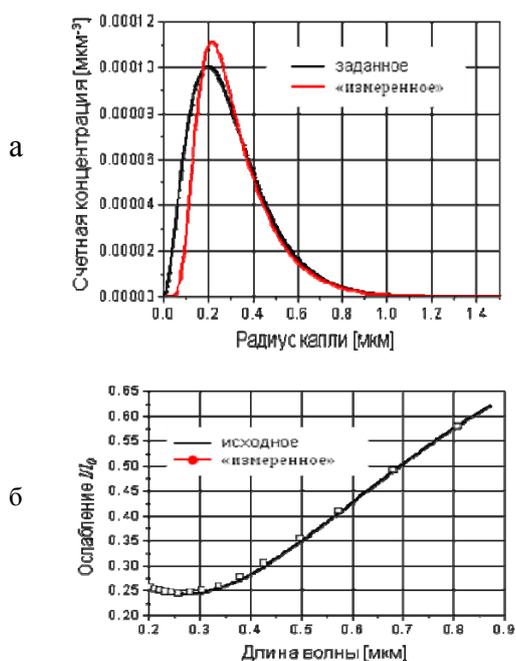


Рис. 8. Исходные и «измеренные» характеристики,
а – функция распределения,
б – спектральное ослабление.

Указанный алгоритм адаптивного расчета реализован в программе обработки экспериментальных данных. Результаты компьютерного моделирования эксперимента представлены на рис. 7. Расчеты выполнены для капле воды при температуре 100°C. Следует отметить, что выбор оптимальных характеристических кривых зависит от диапазона вариации показателя преломления. Поэтому оптимизация по коэффициенту преломления характеристической зависимости должна быть выполнена как для воды при различных температурах, так и для полистирола.

Рис. 8, а демонстрирует исходное распределение и результаты "измерения" функции распределения частиц полистирола в воде. На рис. 8, б показана зависимость спектрального ослабления полученная моделированием эксперимента и ослабление, рассчитанное по полученному распределению на верхнем рисунке. Исходные параметры распределения для расчета «эксперимента» следующие: радиус по Заутеру 0,5 мкм, объемная концентрация $9,3 \cdot 10^{-6}$ мкм³, длина трассы ослабления 35 мм. Измеренные значения показали относительно небольшое отклонение от исходных данных. Относительная погрешность измерения объемной концентрации составила 0,26%, а погрешность заутеровского радиуса – 0,37%.

Следует отметить, что погрешности решения обратной задачи по методу приведения к интегралу Фурье существенно зависят от спектрального диапазона, в котором выполняются измерения. На практике, как правило, измерения выполняют в диапазоне длин волн 0,2 ÷ 0,95 мкм. Этот диапазон

также использован нами при моделировании эксперимента. Ограничение со стороны коротких длин волн приводит к существенному возрастанию погрешности при измерении сред с радиусом по Заутеру менее $\sim 0,07$ мкм. А ограничение с длинноволновой стороны к увеличению погрешности при радиусах более $0,45 - 0,5$ мкм.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предложенная в работе методика учета дисперсии показателя преломления при решении обратной задачи по методу приведения к интегралу Фурье, позволяет повысить точность измерения объемной концентрации дисперсной фазы. И, хотя выигрыш не является значительным, но и длительность обработки при использовании предложенного алгоритма практически не возрастает, что позволяет рекомендовать его к практическому применению. В тоже время более важным следует считать расширение диапазона распределений, погрешность обработки которых не превышала бы заданную.

БЛАГОДАРНОСТИ

Автор выражает благодарность Фельдбергу Л.А. и его сотрудникам, которые принимали участие в обсуждении работы и предоставили ряд исходных данных для исследования.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Walters P.T., Skingley P.C.** An optical instrument for measuring the wetness and droplet size of wet steam flows in LP turbines. ImechE Proceedings: Steam Turbines for the 1980's, London, pp. 337-348
2. **Терентьев А.В., Семидетнов Н.В., Фельдберг Л.А., Шустер А.Р.** Измерение фракционного состава высокодисперсного газочапельного потока в экспериментальной турбине. \ \ Оптические методы исследования потоков: XII Межд. науч-технич. конференция [Электронный ресурс]: труды конференции. – Электрон. дан. – М.: НИУ «МЭИ», 2013. – 1 электрон. опт. диск (CD-ROM). – Доклад № 7-1, 4 с.
3. **Семидетнов Н.В.** Решение обратной задачи спектрального ослабления методом приведения к интегралу Фурье: ограничения и погрешности \ \ Оптические методы исследования потоков: XII Межд. науч-технич. конференция [Электронный ресурс]: труды конференции. – Электрон. дан. – М.: НИУ «МЭИ», 2013. – 1 электрон. опт. диск (CD-ROM). – Доклад № 6-6, 12 с.
4. **Liberson A., Hesler S.H., McCloskey T.H.** Water droplet size measurements in operating steam turbine \ \ Proceedings of Heat Rate Improvement Conference, Baltimore, 1998, pp. 1- 15
5. **Liu Y., Arnott W.P., Hallett J.** Particle size distribution retrieval from multispectral optical depth: Influences of particle nonsphericity and refractive index. Journal of Geophysical Research, V.104, 1999, pp. 31753-31762
6. <http://www.thermoscientific.com/en/product/3000-series-nanosphere-size-standards.html>

N.V. Semidetnov

*Saint-Petersburg State Marine Technical University, Russia,
190008, Saint-Petersburg, ul. Lotsmanskaja 3, E-mail: n.semidetnov@ans.spb.ru*

ACCOUNTING FOR REFRACTION INDEX DISPERSION IN THE SOLUTION OF INVERSE PROBLEM FOR SPECTRAL EXTINCTION

The way to account for the dispersion of the refractive index in the algorithm of data processing is suggested and examined through computer simulation.

REFRACTION INDEX, DISPERSION, SPECTRAL EXTINCTION, COMPUTER SIMULATION