

УДК 535.31:681.7.001

М.С. Кузьмичева

*Национальный исследовательский университет «МЭИ», Россия,  
111250, Москва, Красноказарменная ул., 14, E-mail: m\_s\_h@mail.ru*

## **АЛГОРИТМ ПОСТРОЕНИЯ РЕФРАКТОГРАММ ВОЛНОВЫХ СТРУКТУРИРОВАННЫХ ПУЧКОВ**

### **АННОТАЦИЯ**

Для экспериментального исследования физических процессов в жидкостях и газах может быть использован метод лазерной рефрактографии [1], заключающийся в зондировании исследуемой среды структурированным лазерным излучением, цифровой регистрации прошедшего излучения и компьютерной обработке рефракционных картин (рефрактограмм) с целью восстановления свойств среды. Математическое моделирование рефракционных картин, является основополагающим этапом при проведении количественной диагностики. Разработан алгоритм расчета лазерных рефрактограмм на основе решения волнового уравнения и реализован в среде программирования *Delphi*. Приведены типичные лазерные рефрактограммы.

**ЛАЗЕРНАЯ РЕФРАКТОГРАФИЯ, ВОЛНОВЫЕ МЕТОДЫ, НЕОДНОРОДНАЯ СРЕДА,  
СТРУКТУРИРОВАННОЕ ЛАЗЕРНОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ**

### **МЕТОД ЛАЗЕРНОЙ РЕФРАКТОГРАФИИ**

Активное применение лазерных методов для диагностики в прозрачных средах полей акустического давления, температуры, плотности, солености, скорости течения в потоках обусловлено их значительными преимуществами перед другими методами. Прежде всего, оптические измерения не искажают исследуемых полей, поскольку в большинстве случаев энергия, поглощаемая средой, достаточно мала. Кроме того, лазерные методы практически не имеют инерционных погрешностей, что позволяет проводить диагностику быстропротекающих процессов. Дополнительным преимуществом является возможность проведения дистанционных измерений. Лазерные методы позволяют исследовать поле показателя преломления, которое потом пересчитывается в искомое поле другой физической величины.

Рефракционные методы диагностики неоднородных сред и потоков в последние годы переживают возрождение. Матричные фотоприемники и компьютеры позволили создать новые схемы лазерных градиентных рефрактометров: спекл, компьютерно-лазерный рефракционный метод (КОЛАР), теневой фоновый метод (ТФМ). Лазерные пучки различной формы и хорошего качества создаются с помощью простых оптических элементов, разработаны сканирующие и многоканальные рефрактометрические системы.

*Лазерная рефрактография (ЛР)* – новый метод лазерной диагностики оптически неоднородных сред, основанный на зондировании среды структурированным лазерным излучением (СЛИ), цифровой регистрации рефракционной картины (рефрактограммы) и

ее компьютерной обработке с целью восстановления свойств среды. Регулярно структурированное лазерное излучение, формируемое на основе специальных оптических элементов непосредственно на выходе источника излучения, позволяет сохранить его высокую когерентность и обеспечить малую расходимость пучков, благодаря чему можно использовать представления геометрической оптики (ГО) для описания СЛИ. В рамках ГО модель СЛИ может быть представлена семействами лучей, образующих поверхности в виде дискретного набора плоскостей, вложенных цилиндров, конусов и др. Рассмотрим более подробно основные виды СЛИ и особенности метода ЛР, связанные с использованием структурированных пучков.

*Структурированное лазерное излучение (СЛИ)* представляет собой пространственно модулированное по интенсивности излучение, получаемое, с помощью классических оптических элементов, дифракционных оптических элементов (ДОЭ) или структурированного экрана.

Основные элементы источников излучения приведены на Рис. 1 и классифицируются по форме пространственных геометрических фигур, образованных лучами от источника: это линейно-структурированное, плоско-структурированное, конусно-структурированное лазерное излучение. Двумерные фигуры, приведенные в таблице, представляют собой сечения пучков, образованных семейством геометрооптических лучей от источника.

Линия 	7 Концентрических колец 	Кольцо 
Точка 	Линия из точек 	Матрица точек 7x7 

Рис. 1. Основные элементы источников излучения

Исходная структура пучка, описываемая рядом информационных параметров, очевидно, изменяется при его рефракции в оптической неоднородности, что позволяет на основе полученных экспериментально рефрактограмм осуществлять количественную диагностику и визуализацию неоднородности.

Прототипом лазерной рефрактографии является метод, основанный на использовании плоско-структурированного лазерного излучения (лазерной плоскости - ЛП). В этом компьютерно-лазерном рефракционном (КОЛАР) методе исследования пространственно неоднородных потоков используется цифровая обработка рефракционных картин, полученных при зондировании потока одной или несколькими ЛП, в отличие от классических теневых методов, в которых поток зондируется одним широким световым пучком. В зависимости от исследуемого явления лазерные плоскости могут быть ориентированы в пространстве произвольным образом. С помощью цифровой видеокамеры регистрируется изменение формы изображения ЛП, наблюдаемых на полупрозрачном экране, относительно их первоначальных состояний (Рис. 2). На Рис. 3 показаны полученные на данной установке типичные изображения лазерной плоскости, прошедшей у поверхности нагретых тел в воде.

Математическое моделирование рефракционных картин (рефрактограмм), получаемых при зондировании исследуемой среды структурированными лазерными пучками, является основополагающим этапом при проведении количественной диагностики.

Геометрооптические модели рефрактограмм использовались для решения обратных задач восстановления показателя преломления, температуры и солености в различных средах. Однако, при наличии сложной лучевой картины в среде, формировании каустик и

необходимости учета дифракционных эффектов, геометрический подход оказывается несостоятельным и требуется применение волновых методов. Поэтому был создан алгоритм расчета рефрактограмм на основе волнового уравнения.

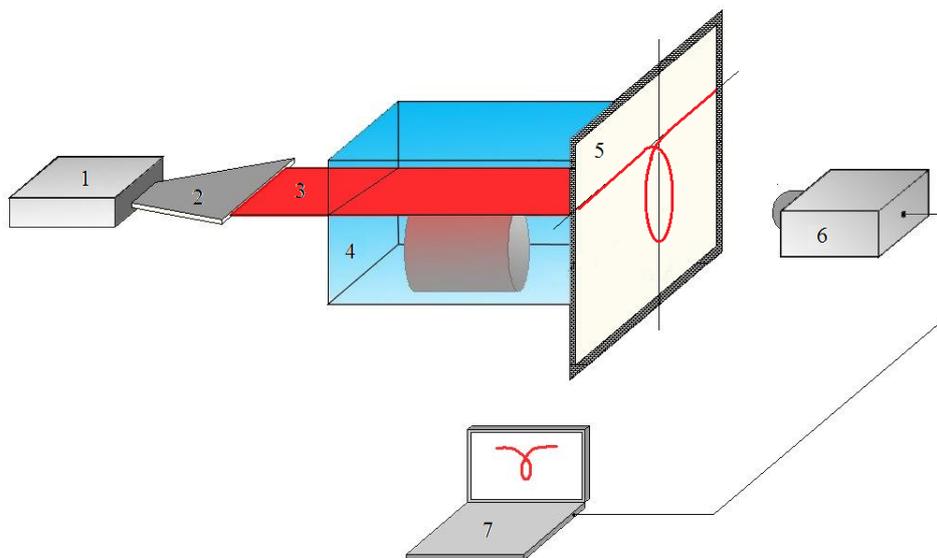


Рис. 2. Структурная схема лазерной рефрактографической системы: 1 – лазер, 2 – оптический блок формирования СЛИ, 3–СЛИ (лазерная плоскость), 4–исследуемая оптическая неоднородность, 5 – матовый экран, 6 – цифровая видеокамера, 7 – персональный компьютер

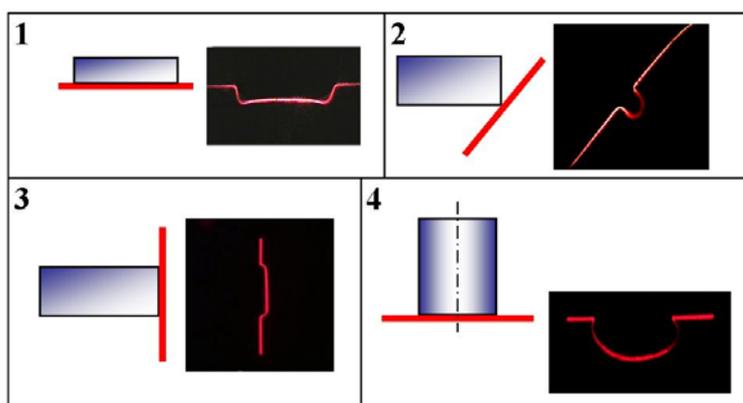


Рис. 3. Библиотека экспериментальных рефрактограмм: 1 – горизонтальная ЛП под дном параллелипипеда, 2 – наклонная ЛП около ребра параллелипипеда, 3 – вертикальная ЛП вдоль боковой плоскости, 4 – горизонтальная ЛП под дном цилиндра

## ВОЛНОВЫЕ МЕТОДЫ В ЗАДАЧАХ ЛАЗЕРНОЙ РЕФРАКТОГРАФИИ

Моделирование распространения структурированных пучков в соответствии с Рис. 4, следует проводить на трех участках: в свободном пространстве от источника излучения до неоднородности  $l_0$ , внутри неоднородности  $l_1$  и в свободном пространстве от неоднородности до плоскости наблюдения  $l$  (экрана, на котором наблюдается экспериментальное рефракционное изображение) [2]. В исходной постановке задачи будем считать, что поле на входе в неоднородность полностью определяется известными характеристиками пучка от источника структурированного излучения. Поэтому задача сводится к рассмотрению распространения пучка непосредственно в неоднородной среде и от выхода из неоднородной среды до плоскости наблюдения.

Распространение пучка в неоднородной среде описывается уравнением Гельмгольца

$$\Delta U + k^2(x,y,z)U=0. \quad (1)$$

Моделирование распространения структурированного пучка в свободном пространстве может проводиться на основе спектрального метода или с использованием формулы Грина.

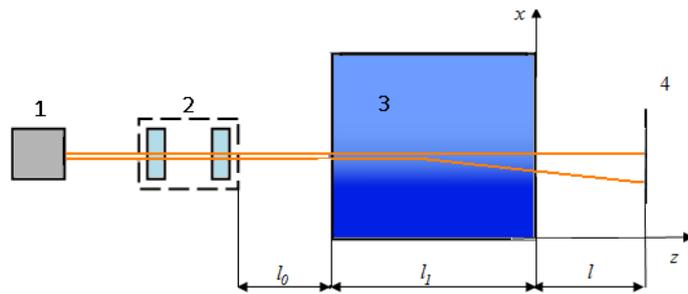


Рис. 4. Распространение зондирующего неоднородность структурированного пучка от источника до плоскости наблюдения: 1 – лазер, 2 – оптическая система формирования СЛИ, 3 – неоднородная среда, 4 – экран в плоскости наблюдения

Рассмотрим решение уравнения (1) для свободного пространства, то есть при  $k(r) = k_0 = \frac{2\pi}{\lambda}$ .

Пусть задано значение волнового поля на границе  $z=0$ , соответствующей плоскости на выходе луча из неоднородности:

$$U(x, y, z)|_{z=0} = U_0(x, y). \quad (2)$$

При известных граничных условиях (2) требуется найти  $U(x, y, z)$  для заданного  $z$  (например, в плоскости наблюдения экрана  $z=z_e$ ).

### Спектральный метод

Представим искомое поле  $U(x, y, z)$  в виде двумерного интеграла Фурье (суперпозиции плоских волн):

$$U(x, y, z) = \frac{1}{4\pi} \iint F(k_x, k_y, z) \exp[i(k_x x + k_y y)] dk_x dk_y, \quad (3)$$

где  $k_x, k_y$  – проекции волнового вектора, соответствующего парциальной плоской волне в пространственном спектре  $F$  поля.

Комплексная амплитуда, определяемая с помощью (3) должна удовлетворять уравнению Гельмгольца (1) при  $k = k_0$ . Достаточно потребовать, чтобы этому уравнению (в силу его линейности) удовлетворяла подынтегральная функция  $F(k_x, k_y, z) \exp[i(k_x x + k_y y)]$ . Подставив ее в уравнение Гельмгольца для однородной среды

$$\Delta U + k_0^2 U = 0, \quad (4)$$

получим:

$$\frac{d^2 F}{dz^2} + (k_0^2 - k_x^2 - k_y^2) F = 0. \quad (5)$$

Граничное условие для (5):

$$F(k_x, k_y, z)|_{z=0} = F_0(k_x, k_y),$$

где  $F_0(k_x, k_y)$  – пространственный спектр поля  $U_0(x, y)$  в плоскости  $z=0$  (на выходе из неоднородности).

$$F_0(k_x, k_y) = \iint U_0(x, y) \exp[-i(k_x x + k_y y)] dx dy. \quad (6)$$

Общее решение уравнения (4) имеет вид:

$$F(k_x, k_y, z) = C_1 \exp\left[i\sqrt{k^2 - k_x^2 - k_y^2} z\right] + C_2 \exp\left[-i\sqrt{k^2 - k_x^2 - k_y^2} z\right]. \quad (7)$$

$C_2=0$ , так как «отраженных» волн не существует в полупространстве  $z>0$ , свободных от источников волн.

Тогда

$$F(k_x, k_y, z) = F_0(k_x, k_y) \exp\left[i\sqrt{k^2 - k_x^2 - k_y^2} z\right], \quad (8)$$

где множитель

$$H(k_x, k_y, z) = e^{i\sqrt{k^2 - k_x^2 - k_y^2} z}$$

определяет набег фазы каждой плоской волны при ее распространении от  $z = 0$  до  $z = const$  плоскости.  $H(k_x, k_y, z)$  иногда называют частотной характеристикой свободного пространства, а  $k_x$  и  $k_y$  – пространственными частотами.

### Формула Грина

Часто бывает удобно пользоваться не спектральным соотношением (3), а непосредственно связью между комплексными амплитудами – функциями координат.

Переход от спектрального описания:

$$F(k_x, k_y) = F_0(k_x, k_y) H(k_x, k_y) \quad (9)$$

к полювому можно осуществить с помощью операции свертки:

$$U(x, y) = \iint U_0(\xi, \eta) h(x - \xi, y - \eta) d\xi d\eta, \quad (10)$$

где пределы интегрирования определяются структурой пучка, а  $h(x, y)$  связано с  $H(k_x, k_y)$  обратным преобразованием Фурье:

$$\begin{aligned} h(x, y) &= \frac{1}{4\pi^2} \iint H(k_x, k_y) \exp\left[i(k_x x + k_y y)\right] dk_x dk_y = \\ &= \frac{1}{4\pi^2} \iint \exp\left(i\sqrt{k_0^2 - k_x^2 - k_y^2} z\right) \exp\left[i(k_x x + k_y y)\right] = -\frac{1}{2\pi} \frac{d}{dz} \left( \frac{e^{ik_0 R}}{R} \right), \end{aligned} \quad (11)$$

где  $R = \sqrt{(x - \xi)^2 + (y - \eta)^2 + z^2}$ .

Соотношение (11) следует из формулы Вейля – разложения сферической волны по плоским:

$$\frac{e^{ik_0 R}}{R} = \frac{i}{2\pi} \iint \frac{\exp\left(i\sqrt{k_0^2 - k_x^2 - k_y^2} z\right)}{\sqrt{k_0^2 - k_x^2 - k_y^2}} \exp\left[i(k_x x + k_y y)\right] dk_x dk_y. \quad (12)$$

Окончательно получаем:

$$U(x, y, z) = -\frac{1}{2\pi} \iint U_0(\xi, \eta) \frac{d}{dz} \frac{e^{ik_0 R}}{R} d\xi d\eta. \quad (13)$$

Найдем производную по  $z$ :

$$\frac{d}{dz} \frac{e^{ik_0 R}}{R} = \frac{e^{ik_0 R}}{R} \left( ik_0 - \frac{1}{R} \right) \frac{dR}{dz}. \quad (14)$$

В условиях оптического эксперимента практически всегда  $R \gg \lambda$  (волновая зона), тогда вторым слагаемым в круглых скобках можно пренебречь, и мы получим:

$$h(x, y) = \frac{1}{i\lambda} \frac{e^{ikR}}{R} \frac{dR}{dz} = \frac{1}{i\lambda} \frac{e^{ikR}}{R} \frac{z}{R}. \quad (15)$$

Итак,

$$U(x, y, z) = \frac{1}{i\lambda} \iint U_0(\xi, \eta) \frac{ze^{ik_0 R}}{R^2} d\xi d\eta. \quad (16)$$

Значение  $U_0(\xi, \eta)$  на выходе из неоднородности найдем в приближении фазового экрана, при условии, что известна пространственная зависимость показателя преломления  $n(x, y)$  и длина неоднородности равна  $l$ . Пусть поле пучка на входе в неоднородность равно  $A(x, y)$ , тогда

$$U_0(x, y) = A(x, y) \exp[ikn(x, y)l] \quad (17)$$

Окончательно, поле в плоскости наблюдения  $z_e$ :

$$U(x, y, z_e) = \frac{1}{i\lambda} \iint A(\xi, \eta) \exp[ik_0 n(\xi, \eta)l] \frac{ze^{ik_0 R}}{R^2} d\xi d\eta. \quad (18)$$

## РАЗРАБОТКА АЛГОРИТМА

При расчете рефрактограмм в области применимости геометрической оптики и в области дифракции Френеля возникают проблемы, связанные с требованием значительных вычислительных ресурсов из-за наличия быстро осциллирующей функции под знаком интеграла, в связи с чем был разработан алгоритм, увеличивающий скорость вычислений. В основу взяты методы численного интегрирования, а именно метод прямоугольников (ячеек).

Рассмотрим двукратный интеграл по прямоугольнику  $G$  ( $a \leq x \leq b, \alpha \leq y \leq \beta$ ).

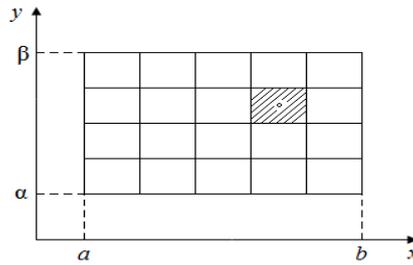


Рис. 5. Область интегрирования

Функцию приближенно можно заменить на ее значение в центральной точке прямоугольника. Тогда интеграл легко вычисляется

$$\int_{\alpha}^{\beta} \int_a^b f(x, y) dx dy \approx S f(\bar{x}, \bar{y}), \quad (19)$$

где  $S = (b - a)(\beta - \alpha)$ ,  $\bar{x} = \frac{1}{2}(a + b)$ ,  $\bar{y} = \frac{1}{2}(\alpha + \beta)$ .

Для повышения точности можно разбить область на прямоугольные ячейки (Рис. 5). Приближенно, вычисляя интеграл в каждой ячейке и обозначая через  $S_i$ ,  $\bar{x}_i$ ,  $\bar{y}_i$  соответственно площадь ячейки и ее координаты центра, получим

$$I = \iint_G f(x, y) dx dy \approx \sum_i S_i f(\bar{x}_i, \bar{y}_i). \quad (20)$$

Справа стоит интегральная сумма; следовательно, для непрерывной  $f(x, y)$  она сходится к значению интеграла, когда периметры ячеек стремятся к нулю.

Данный метод был реализован в среде программирования Delphi [3-6]:

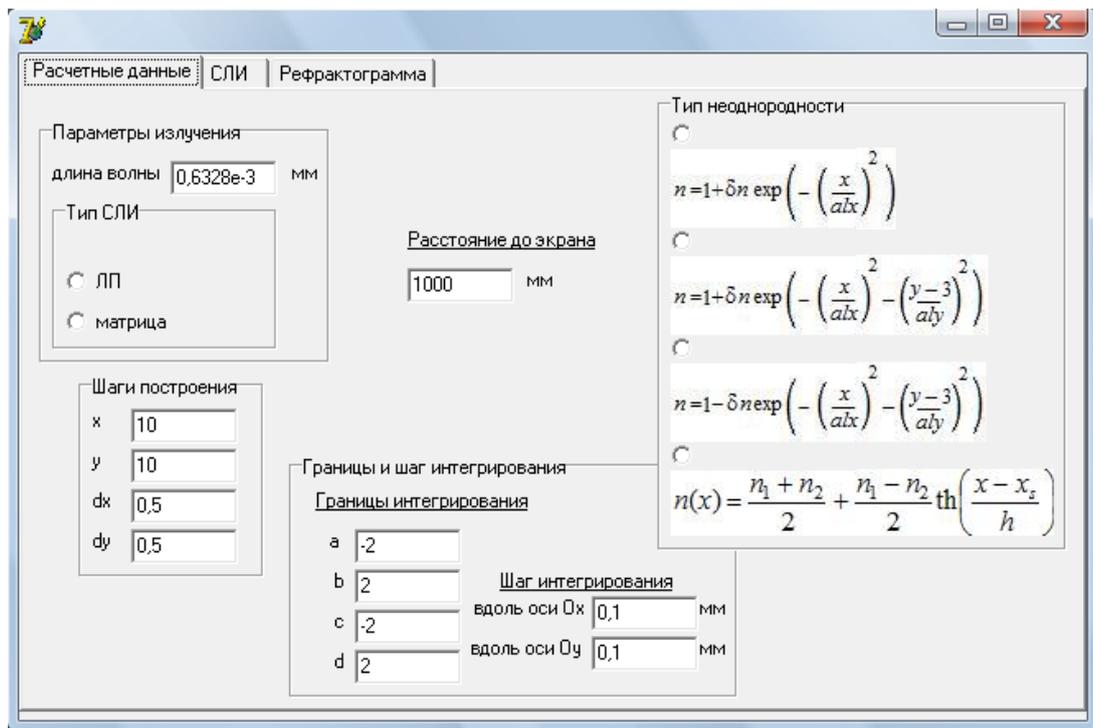


Рис. 6. Внешний вид программы для моделирования рефрактограмм

Программа содержит 3 вкладки, на которых вводятся расчетные данные, а так же строится изображение СЛИ и рефрактограммы на экране. Внешний вид вкладки «Расчетные данные» представлен на Рис. 6. Программа предоставляет возможность моделирования рефрактограмм при прохождении через неоднородность лазерной плоскости (плоско структурированного лазерного излучения) и матрицы точек (точечно структурированное лазерное излучение). При выборе лазерной плоскости появляется окно ввода данных, показанное на Рис. 7.

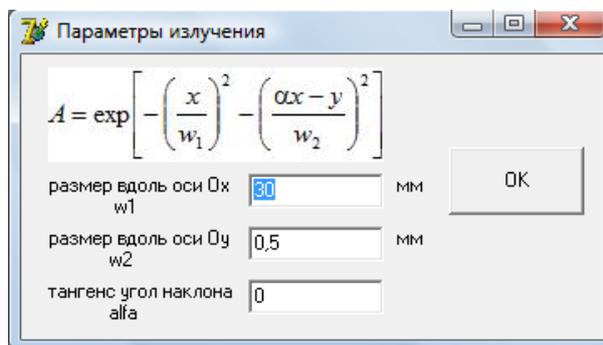


Рис. 7. Окно ввода параметров излучения

Здесь, излучение на входе в неоднородность описывается формулой (21):

$$A(x, y) = \exp \left[ - \left( \frac{x}{w_1} \right)^2 - \left( \frac{\alpha x - y}{w_2} \right)^2 \right], \quad (21)$$

где  $w_1$  и  $w_2$  – размеры излучения вдоль осей  $Ox$  и  $Oy$  соответственно,  $\alpha$  – тангенс угла наклона лазерной плоскости.

При выборе матрицы точек появляется окно ввода данных, показанное на Рис. 8.

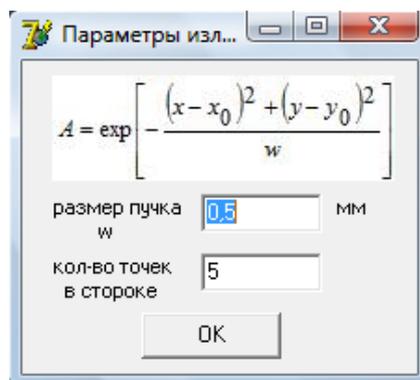


Рис. 8. Окно ввода параметров излучения

Как мы видим, излучение на входе в неоднородность описывается формулой (22):

$$A(x, y) = \exp\left[-\frac{(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2}{w}\right], \quad (22)$$

где  $w$  – размеры излучения,  $x_0, y_0$  – положение центра точки.

Далее необходимо выбрать тип неоднородности. При выборе первых трех появляется окно ввода параметров неоднородности (Рис. 9).

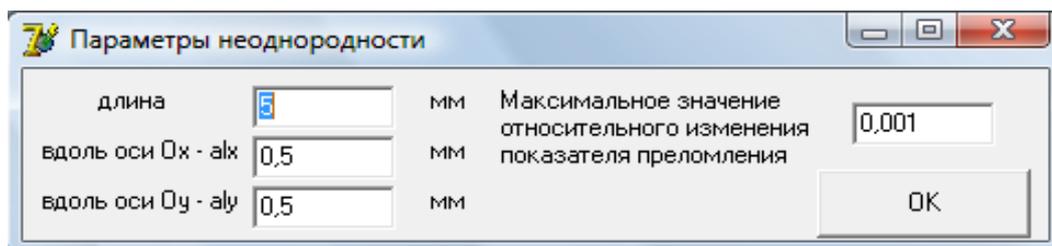


Рис. 9. Окно ввода параметров неоднородности

При выборе 4 типа неоднородности, который соответствует диффузному слою, образуемому между двумя жидкостями, появляется окно, показанное на Рис. 10.

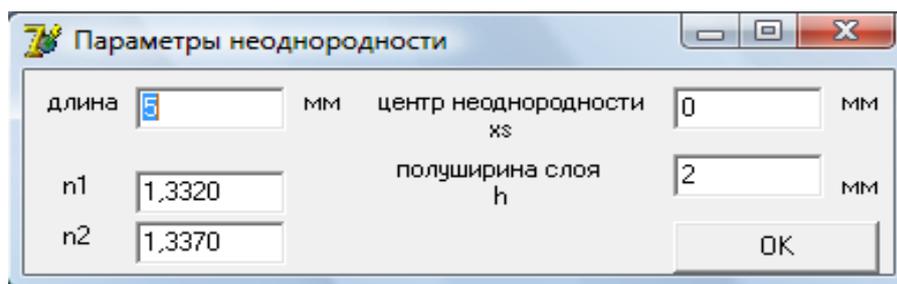


Рис. 10. Окно ввода параметров неоднородности

Данный тип неоднородности описывается формулой 8:

$$n(y) = \frac{n_1 + n_2}{2} + \frac{n_1 - n_2}{2} \operatorname{th}\left(\frac{y - y_s}{h}\right), \quad (23)$$

где  $n_1$  и  $n_2$  – показатели преломления верхнего и нижнего слоев,  $y_s$  – положение центра неоднородности,  $h$  – полуширина слоя.

Также необходимо ввести расстояние, на котором мы наблюдаем рефракционную картину, шаги и границы интегрирования, а также шаги, необходимые для графического представления данных.

## РЕЗУЛЬТАТЫ РАБОТЫ ПРОГРАММЫ

### Моделирование рефрактограмм для плоско структурированного лазерного излучения

#### Исходные данные:

$$\lambda = 0,6328 \cdot 10^{-3} \text{ мм};$$

$$w_1 = 30 \text{ мм};$$

$$w_2 = 0,5 \text{ мм}.$$

#### Закон изменения показателя преломления:

$$n(y) = \frac{n_1 + n_2}{2} + \frac{n_1 - n_2}{2} \operatorname{th}\left(\frac{y - y_s}{h}\right),$$

$n_1 = 1,3320$  – показатель преломления верхнего слоя;

$y_s = 0$  – положение центра неоднородности;

$h = 2$  мм – полуширина слоя;

$l = 5$  мм – длина неоднородности.

#### Результаты работы программы:

1) Вид рефрактограммы в зависимости от показателя преломления нижнего слоя  $n_2$

$\alpha = 0,5$  – тангенс угла наклона плоскости;

$z = 3000$  мм – расстояние от неоднородности до экрана.

Излучение на входе в неоднородность:

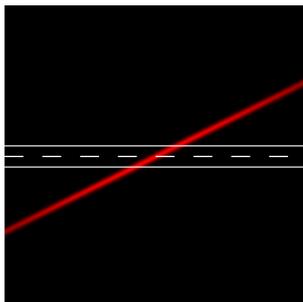


Рис. 11. Излучение на входе в неоднородность

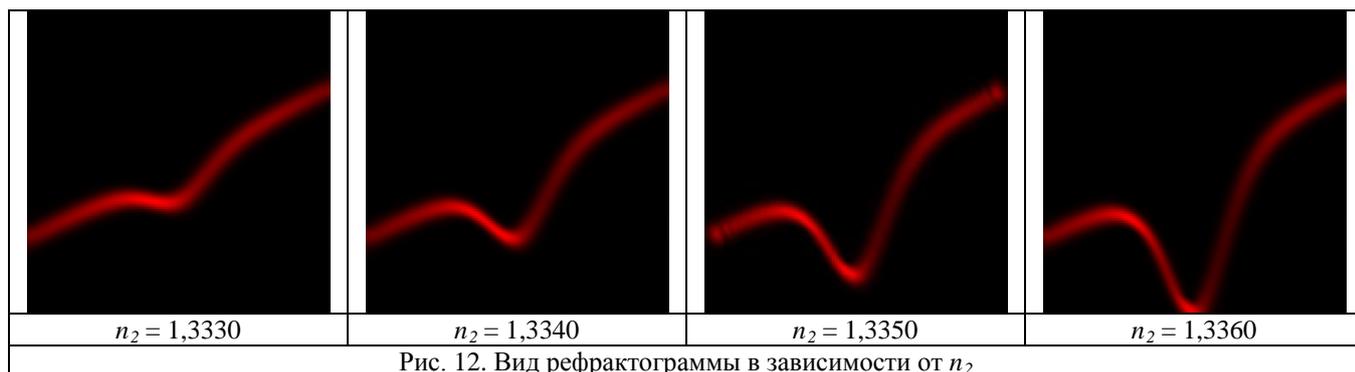


Рис. 12. Вид рефрактограммы в зависимости от  $n_2$

2) Вид рефрактограммы в зависимости от расстояния до экрана  $z$

$\alpha = 0,5$ ;

$n_2 = 1,3350$ .

Излучение на входе в неоднородность:

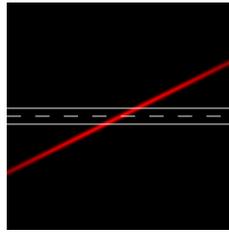


Рис. 13. Излучение на входе в неоднородность

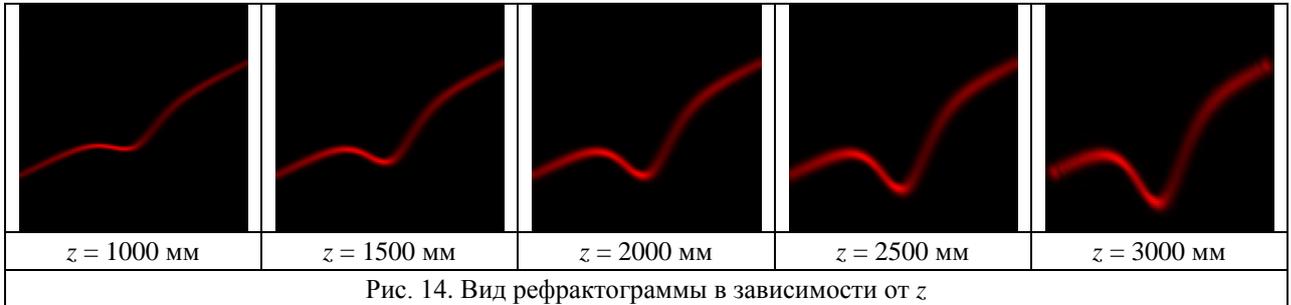


Рис. 14. Вид рефрактограммы в зависимости от  $z$

Закон изменения показателя преломления:

$$n = 1 - \delta n \exp\left(-\left(\frac{x}{alx}\right)^2 - \left(\frac{y-3}{aly}\right)^2\right),$$

что соответствует цилиндрической неоднородности с отрицательным градиентом показателя преломления.

$l = alx = aly = 5 \text{ мм}$  – длина неоднородности и ее характерные размеры вдоль осей  $Ox$  и  $Oy$ ;  
 $\delta n = 0,002$  - максимальное значение относительного изменения показателя преломления.

Результаты работы программы:

$\alpha = 0$ .

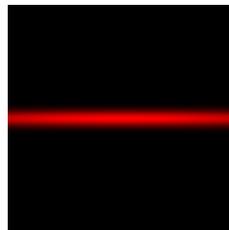


Рис. 15. Излучение на входе в неоднородность

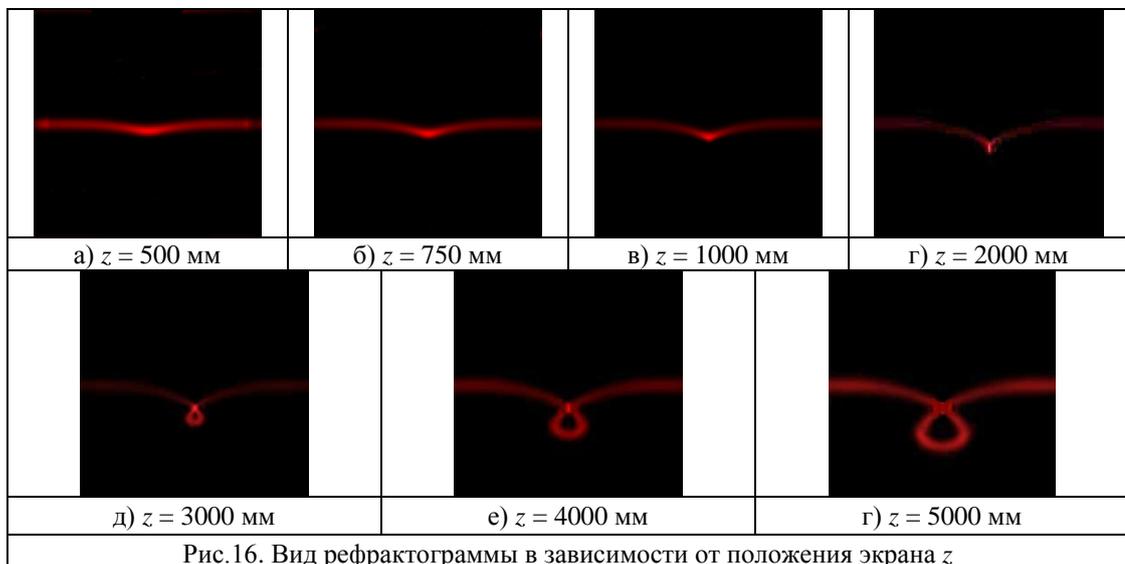
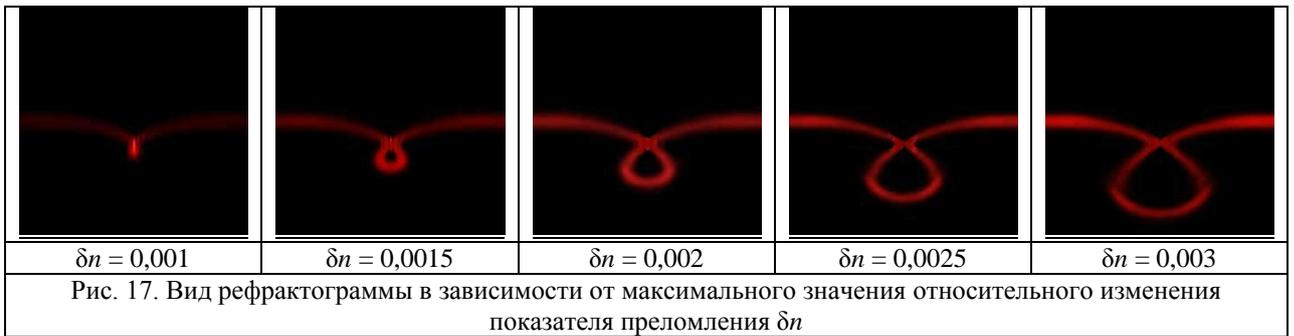


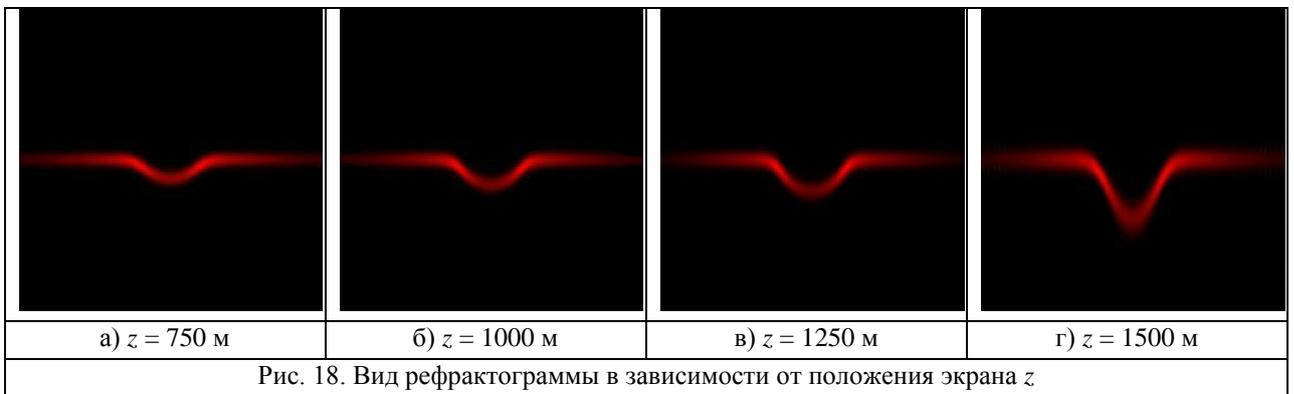
Рис. 16. Вид рефрактограммы в зависимости от положения экрана  $z$



Закон изменения показателя преломления:

$$n = 1 + \delta n \exp\left(-\left(\frac{x}{alx}\right)^2 - \left(\frac{y-3}{aly}\right)^2\right),$$

что соответствует цилиндрической неоднородности с отрицательным градиентом показателя преломления.



### Моделирование рефрактограмм для точно структурированного лазерного излучения

Исходные данные:

$$\lambda = 0,6328 \cdot 10^{-3} \text{ мм};$$

$$w = 0,5 \text{ мм};$$

$$z = 1000 \text{ мм}.$$

Закон изменения показателя преломления:

$$n(x, y) = 1 + \delta n \exp\left(-\left(\frac{x}{alx}\right)^2 - \left(\frac{y - y_s}{aly}\right)^2\right),$$

где  $\delta n$  – максимальное отклонение относительного изменения показателя преломления;

$alx, aly$  – характерные размеры неоднородности вдоль оси  $Ox$  и  $Oy$ ;

$y_s$  – положение центра неоднородности по оси  $Oy$ .

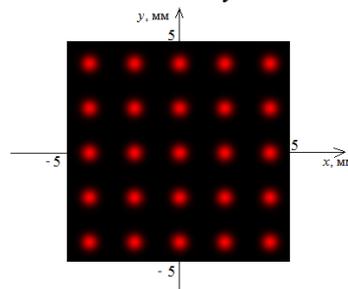


Рис. 19. Излучение на входе в неоднородность

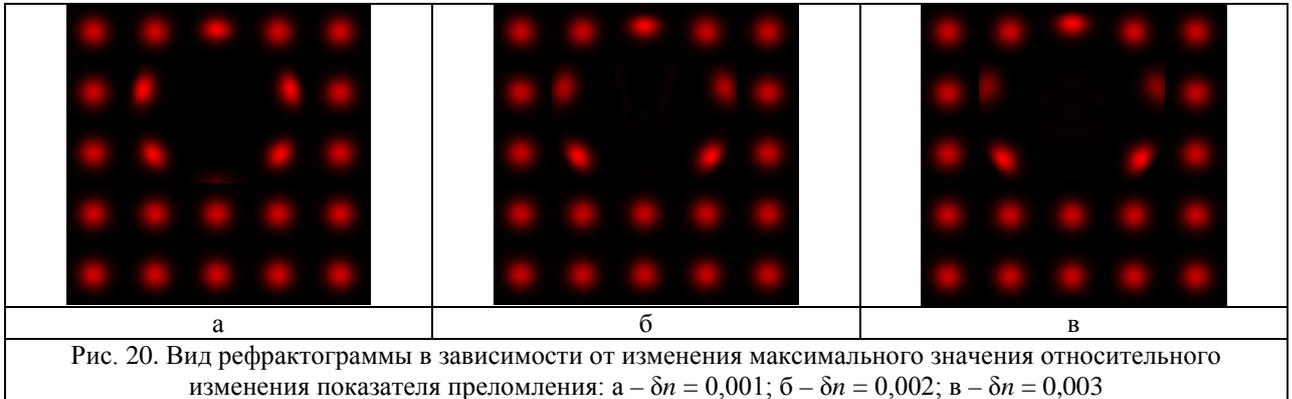
1) Зависимость вида рефрактограммы от изменения максимального значения относительного изменения показателя преломления

Параметры неоднородности:

$$alx = aly = 1,5 \text{ мм};$$

$$y_s = 1,5 \text{ мм};$$

$$l = 5 \text{ мм} - \text{длина неоднородности.}$$



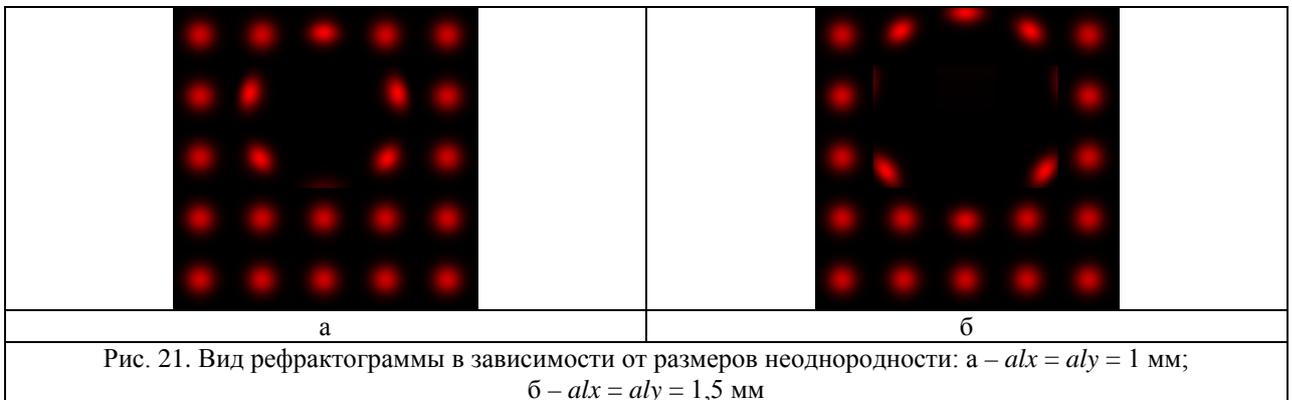
2) Вид рефрактограммы в зависимости от размеров неоднородности

Параметры неоднородности:

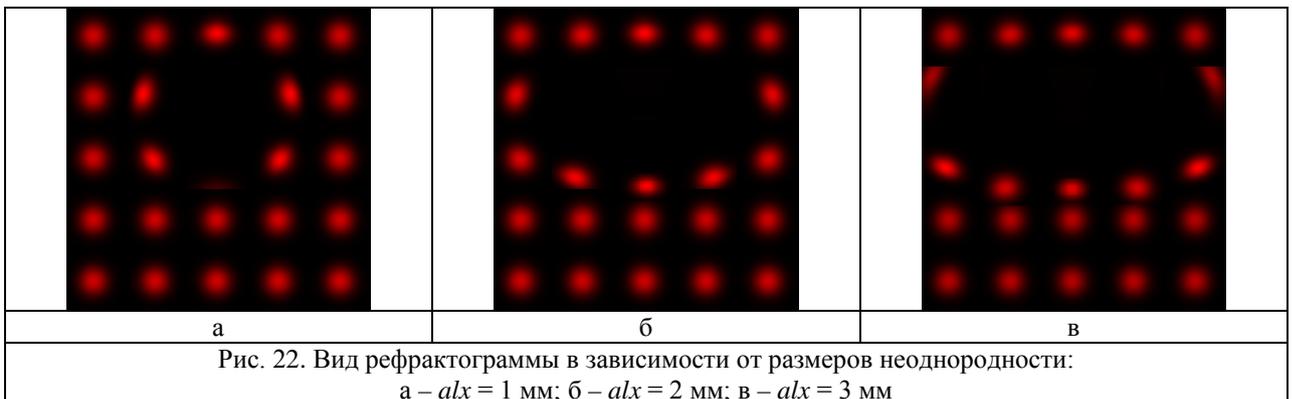
$$\delta n = 0,001;$$

$$y_s = 1,5 \text{ мм};$$

$$l = 5 \text{ мм.}$$



$$aly = 1,5 \text{ мм.}$$



Проведем аналогичные расчеты для другого типа неоднородности.

Закон изменения показателя преломления:

$$n(x, y) = 1 - \delta n \exp\left(-\left(\frac{x}{alx}\right)^2 - \left(\frac{y}{aly}\right)^2\right).$$

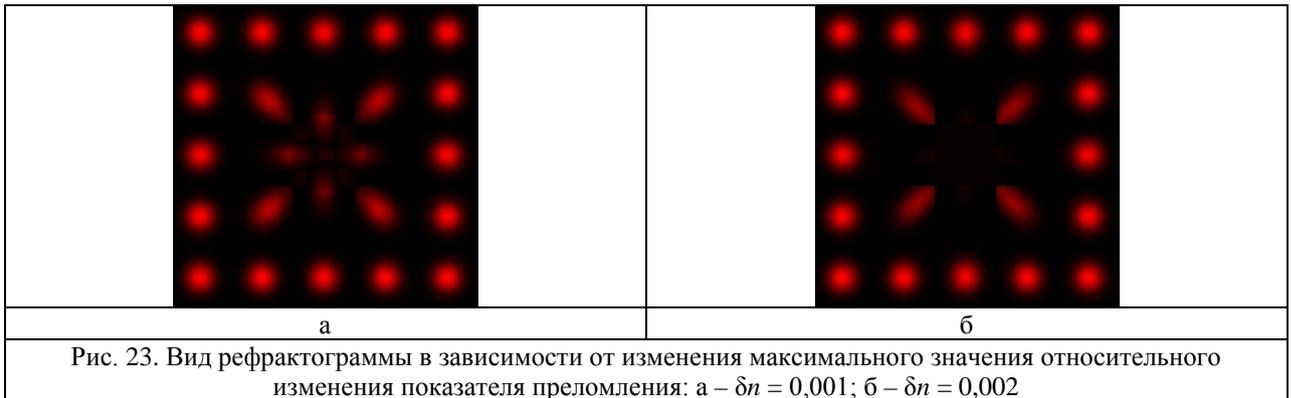
- 1) Зависимость вида рефрактограммы от изменения максимального значения относительного изменения показателя преломления

Параметры неоднородности:

$$alx = aly = 1,5 \text{ мм};$$

$$y_s = 0;$$

$$l = 5 \text{ мм}.$$



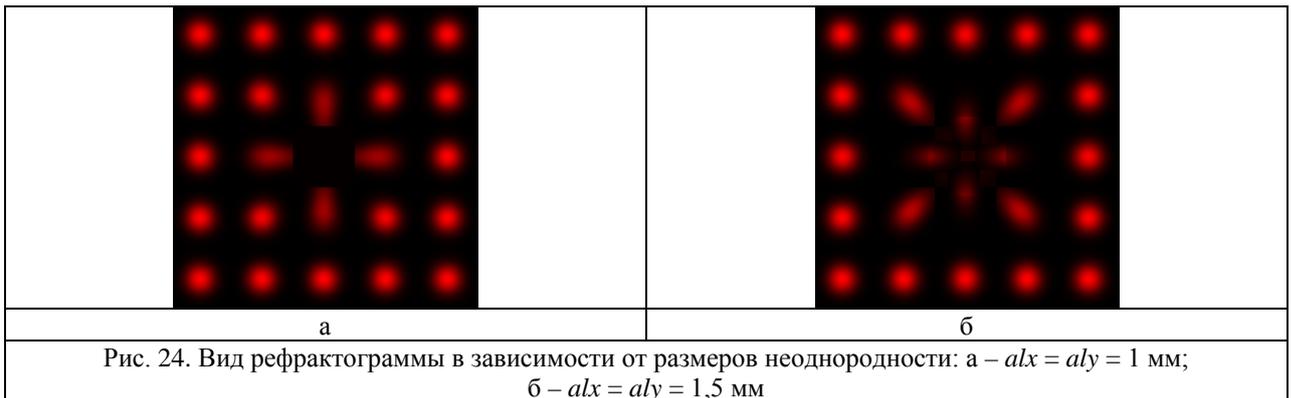
- 2) Вид рефрактограммы в зависимости от размеров неоднородности

Параметры неоднородности:

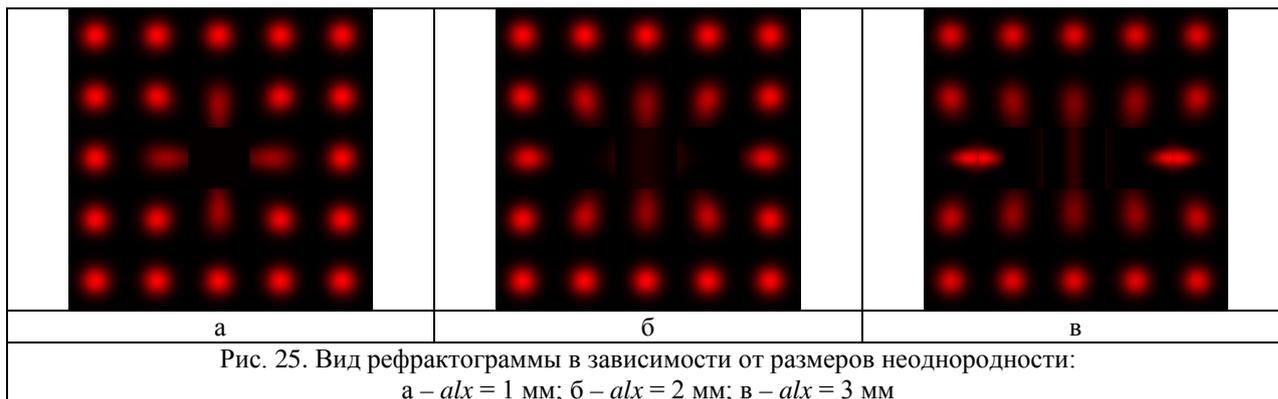
$$\delta n = 0,001;$$

$$y_s = 0;$$

$$l = 5 \text{ мм}.$$



$aly = 1$  мм.



## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Технология ЛР обладает всеми преимуществами, присущими лазерным измерениям. Это - дистанционность, практическая безынерционность, возможность невозмущающих измерений, возможность микроизмерений. Лазерная рефрактография может использоваться для мониторинга стационарных и нестационарных быстропротекающих процессов, в том числе тепловых процессов в жидкости, газе и плазме, естественной конвекции в жидкости около нагретых или охлажденных тел, количественной диагностики температурных полей в пограничном слое при использовании технологий охлаждения и нагрева, процессов перемешивания различных жидкостей в аппаратах химической технологии, диагностики акустических полей и полей других физических величин, влияющих на значения показателя преломления.

Математическое моделирование рефракционных картин (рефрактограмм), получаемых при зондировании исследуемой среды структурированными лазерными пучками, является основополагающим этапом при проведении количественной диагностики.

Геометрооптические модели рефрактограмм использовались для решения обратных задач восстановления показателя преломления, температуры и солёности в различных средах. Однако, при наличии сложной лучевой картины в среде, формировании каустик и необходимости учета дифракционных эффектов, геометрооптический подход оказывается несостоятельным и требуется применение волновых методов. Поэтому актуальным является создание алгоритмов расчета рефрактограмм на основе волнового уравнения. При расчете рефрактограмм в области применимости геометрической оптики и в области дифракции Френеля возникают проблемы, связанные с требованием значительных вычислительных ресурсов из-за наличия быстро осциллирующей функции под знаком интеграла.

Вычисление данного интеграла очень трудоемко и занимает большое количество времени, в связи с чем был разработан метод, увеличивающий скорость вычислений по сравнению с непосредственными вычислениями в среде *MathCAD*. В основу взяты методы численного интегрирования, а именно метод прямоугольников, который заключается в разбиении интегрируемой области на ячейки и заменой интеграла суммой, благодаря чему скорость построения рефрактограмм увеличилась более, чем в 10 раз.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Евтихиева О.А., Расковская И.Л., Ринкевичюс Б.С. Лазерная рефрактография. М.: Изд-во Физматлит, 2008. – 173 с.

2. **Кузьмичева М.С.** бакалаврская работа «Реализация алгоритма моделирования рефрактограмм структурированного лазерного излучения волновыми методами», руководитель Расковская И.Л. – 36 с.
3. **Кузьмичева М.С., Расковская И.Л.** «Моделирование рефрактограмм для лазерной плоскости в цилиндрической неоднородности» // V Всероссийская молодежная конференция «Инновационные аспекты фундаментальных исследований по актуальным проблемам физики». – М.: Изд-во РИИС ФИАН, 2011. – С.54
4. **Кузьмичева М.С.** «Разработка алгоритма моделирования рефрактограмм плоско структурированного лазерного излучения» // Восемнадцатая международная научно-техническая конференция студентов и аспирантов. – М.: Изд-во МЭИ, 2012. – Т.1. С.166
5. **Kuzmicheva M.S., Raskovskaya I.L.** «Computer visualization of structured laser radiation refractograms» // The 15th International Symposium on Flow Visualization, Belarus, Minsk, 2012. Paper 095. – ISBN 978-985-6456-75-9.  
(Кузьмичева М.С., Расковская И.Л. Компьютерная визуализация рефрактограмм структурированного лазерного излучения // 15 Международный симпозиум по визуализации потоков [Электронный ресурс]: труды конференции. – Электрон. дан. – Беларусь, Минск, 2012. – 1 электрон. опт. диск (CD-ROM). – Доклад № 095, 11 с.)
6. **Кузьмичева М.С.** «Разработка алгоритма моделирования рефрактограмм линейно структурированного лазерного излучения» // Девятнадцатая международная научно-техническая конференция студентов и аспирантов. – М.: Изд-во МЭИ, 2013. – Т.1. С.160

M.S.Kuzmicheva

*National Research University «MPEI», Russia,*

*111250, Moscow, Krasnokazarmennaya st.,14, E-mail: m\_s\_h@mail.ru*

## **ALGORITHM OF MODELLING REFRACTOGRAMS OF STRUCTURED LASER BEAMS**

*For experimental research of physical processes in liquids and gases can be used the method of laser refractography [1] consisting in probe the medium of interest with structured laser radiation, record the radiation passing through the medium with a digital camera, and process with the aid of a computer the refraction patterns captured with a view to finding out the properties of the medium. The mathematical modeling of the refraction patterns (refractograms) obtained by probing the medium under study with a structured laser radiation is fundamental to the quantitative diagnostics. The algorithm for calculating the laser refractograms based on the solution of the wave equation was developed and realized in the programming environment Delphi. The typical laser refractograms are shown.*

**LASER REFRACTOGRAPHY, WAVE METHODS, INHOMOGENIOUS MEDIUM, STRUCTURED LASER RADIATION**