Двенадцатая Международная научно-техническая конференция
«Оптические методы исследования потоков»
Москва, 25 — 28 июня 2013 г.

УДК 621.37 : 681.7.069.24

В.А. Гречихин, Д.А. Титов

Национальный исследовательский университет «МЭИ», Россия,
111250, Москва, Красноказарменная ул., 14, E-mail: GrechikhinVA@mpei.ru,TitovDA@mpei.ru

АЛГОРИТМ ОПТИМАЛЬНОЙ НЕЛИНЕЙНОЙ ФИЛЬТРАЦИИ СИГНАЛА ЛДВ

АННОТАЦИЯ

Рассмотрено решение задачи оптимальной нелинейной фильтрации сигнала гетеродинного ЛДВ в гауссовом приближении апостериорной плотности вероятности вектора оцениваемых параметров. Показана возможность получения текущей оценки флуктуирующей амплитуды вибросмещения при наличии вектора неизвестных неинформационных параметров для модельных и реальных сигналов.

СИГНАЛ ГЕТЕРОДИННОГО ЛДВ, ОПТИМАЛЬНАЯ НЕЛИНЕЙНАЯ ФИЛЬТРАЦИЯ, ОЦЕНКА ВЕКТОРА ПАРАМЕТРОВ

ВВЕДЕНИЕ

В составе систем оперативного мониторинга состояния машин и механизмов важное место отводится приборам для измерения параметров виброколебаний различных деталей и узлов. Для бесконтактного измерения амплитуды вибросмещения используются лазерные доплеровские виброметры (ЛДВ) [1]. В условиях возрастания требований к скорости и точности проведения измерений необходимо осуществлять разработку и исследование новых алгоритмов обработки сигналов вибродатчиков.

В [2] был представлен метод оценки изменяющейся амплитуды вибросмещения гетеродинным ЛДВ, основанный на алгоритме оптимальной нелинейной фильтрации информационного параметра сигнала вибродатчика. Представленные в [2] результаты были получены для случая, когда все неинформационные параметры сигнала считались известными. При проведении реальных измерений сигнал гетеродинного ЛДВ может иметь как известные (частота гетеродина, например), так и неизвестные параметры. При обработке смеси сигнала ЛДВ и шума неизвестным информационным параметром является индекс частотной модуляции, который нелинейно входит в наблюдение. При наличии неизвестных неинформационных параметров сигнала вибродатчика представленный в [2] подход должен быть расширен на случай фильтрации вектора параметров [3].

ПАРАМЕТРИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ СИГНАЛА ГЕТЕРОДИННОГО ЛДВ

Рассмотрим решение задачи оптимальной нелинейной фильтрации вектора параметров сигнала гетеродинного ЛДВ, используя гауссово приближение для апостериорной плотности вероятности его компонент.

Положим, что модель выходного сигнала вибродатчика имеет следующий вид:

$$y(t) = S(t) + n(t) = U(t)\cos[\omega_0 t + m(t)\sin(\Omega t + \Phi(t)) + \varphi(t)] + n(t), \qquad (1)$$

где $U(t), m(t), \Phi(t)$ и $\varphi(t)$ – неизвестные флуктуирующие во времени параметры сигнала; ω_0 и Ω - точно известные неинформационные параметры, не подверженные флуктуациям; $n(t)$ – белый гауссов шум с двусторонней спектральной плотностью мощности $N_0/2$. Будем предполагать, что для флуктуирующих во времени параметров априорно известны необходимые статистические характеристики. Поскольку источники флуктуаций параметров различны и независимы, будем считать независимыми и сами флуктуации. Изменение во времени информационных параметров удобно представить в виде векторного марковского процесса, который может быть описан дифференциальным уравнением:

$$\frac{d\vec{\lambda}}{dt} = \vec{f}(\vec{\lambda}, t) + \vec{g}(\vec{\lambda}, t)\vec{\xi}(t) \text{ с начальным условием } \vec{\lambda}(t_0) = \vec{\lambda}_0 .$$

Здесь $\vec{\xi}(t)$ – векторный белый гауссов шум с матрицей двусторонней спектральной плотности $N_\xi/2$, $\vec{\lambda}_0$ – векторная случайная величина, распределенная по гауссовскому закону с заданными математическим ожиданием и дисперсией, $\vec{f}(\vec{\lambda}, t)$ и $\vec{g}(\vec{\lambda}, t)$ достаточно гладкие векторная и матричная функции. Учитывая их независимость, примем следующую модель для вектора неизвестных параметров:

$$\frac{d\vec{\lambda}}{dt} = -\mathrm{A}\vec{\lambda} + A\vec{\xi}(t), \quad \mathrm{A} = diag(\alpha_U, \alpha_m, \alpha_\Phi, \alpha_\varphi) .$$

СИНТЕЗ АЛГОРИТМА ОПТИМАЛЬНОЙ НЕЛИНЕЙНОЙ ФИЛЬТРАЦИИ

Аппроксимируем апостериорную плотность вероятности $p(\lambda|Y_0^\tau)$ гауссовской моделью:

$$p(\lambda|Y_0^\tau) = \frac{1}{(2\pi)^2\sqrt{det(D_\lambda)}} exp\left\{-\frac{1}{2}(\vec{\lambda} - \hat{\lambda})^T D_\lambda^{-1}(\vec{\lambda} - \hat{\lambda})\right\}$$

В этом случае уравнения оптимальной нелинейной фильтрации для условного среднего $\hat{\lambda} = M[\lambda|Y_0^\tau]$ имеют следующий вид:

$$\frac{d\hat{\vec{\lambda}}}{dt} = -\mathrm{A}\hat{\vec{\lambda}} + \vec{D}_\lambda(t)\frac{2}{N_0}\left(y(t) - s\left(\hat{\vec{\lambda}}, t\right)\right)\left[\frac{\partial S}{\partial \vec{\lambda}}\right]^T$$

$$\frac{d\vec{D}_\lambda}{dt} = -Ae\vec{D}_\lambda - \vec{D}_\lambda[Ae]^T + \frac{1}{2}AN_\xi A^T + \vec{D}_\lambda\frac{\partial}{\partial\vec{\lambda}}\left\{\frac{2}{N_0}\left(y(t) - s(\vec{\lambda}, t)\right)\left[\frac{\partial S}{\partial\vec{\lambda}}\right]^T\right\}\vec{D}_\lambda ,$$

где

$$\left[\frac{\partial S}{\partial\vec{\lambda}}\right]^T = \begin{bmatrix} \cos\left(\omega_0 t + \hat{m}(t)\sin\left(\Omega t + \hat{\Phi}(t)\right) + \hat{\varphi}(t)\right) \\ -\hat{U}(t)\sin\left(\omega_0 t + \hat{m}(t)\sin\left(\Omega t + \hat{\Phi}(t)\right) + \hat{\varphi}(t)\right)\sin\left(\Omega t + \hat{\Phi}(t)\right) \\ -\hat{U}(t)\sin\left(\omega_0 t + \hat{m}(t)\sin\left(\Omega t + \hat{\Phi}(t)\right) + \hat{\varphi}(t)\right)\hat{m}(t)\cos\left(\Omega t + \hat{\Phi}(t)\right) \\ -\hat{U}(t)\sin\left(\omega_0 t + \hat{m}(t)\sin\left(\Omega t + \hat{\Phi}(t)\right) + \hat{\varphi}(t)\right) \end{bmatrix}$$

а производная от вектора по векторному аргументу во втором уравнении определяется следующим образом:

$$\frac{\partial\psi}{\partial\vec{\lambda}} = \begin{pmatrix} \frac{\partial\psi_1}{\partial\lambda_1} & \cdots & \frac{\partial\psi_1}{\partial\lambda_n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial\psi_n}{\partial\lambda_1} & \cdots & \frac{\partial\psi_n}{\partial\lambda_n} \end{pmatrix}$$

Окончательно, пренебрегая слагаемыми со вторыми производными, получаем уравнения фильтрации в скалярной форме:

$$\frac{d\hat{U}}{dt} = -\alpha_U\hat{U}(t) + D_U(t)\frac{2}{N_0}\left(y(t) - s\left(\vec{\hat{\lambda}},t\right)\right)\cos\left(\omega_0 t + \hat{m}(t)\sin\left(\Omega t + \hat{\Phi}(t)\right) + \hat{\varphi}(t)\right)$$

$$\frac{d\hat{m}}{dt} = -\alpha_m\hat{m}(t) - D_m(t)\frac{2}{N_0}\left(y(t) - s\left(\vec{\hat{\lambda}},t\right)\right)\hat{U}(t)\sin\left(\omega_0 t + \hat{m}(t)\sin\left(\Omega t + \hat{\Phi}(t)\right) + \hat{\varphi}(t)\right)\times$$
$$\times\sin\left(\Omega t + \hat{\Phi}(t)\right)$$

$$\frac{d\hat{\Phi}}{dt} = -\alpha_\Phi\hat{\Phi}(t) - D_\Phi(t)\frac{2}{N_0}\left(y(t) - s\left(\vec{\hat{\lambda}},t\right)\right)\hat{U}(t)\sin\left(\omega_0 t + \hat{m}(t)\sin\left(\Omega t + \hat{\Phi}(t)\right) + \hat{\varphi}(t)\right)\times$$
$$\times\hat{m}(t)\cos\left(\Omega t + \hat{\Phi}(t)\right)$$

$$\frac{d\hat{\varphi}}{dt} = -\alpha_\varphi\hat{\varphi}(t) - D_\varphi(t)\frac{2}{N_0}\left(y(t) - s\left(\vec{\hat{\lambda}},t\right)\right)\hat{U}(t)\sin\left(\omega_0 t + \hat{m}(t)\sin\left(\Omega t + \hat{\Phi}(t)\right) + \hat{\varphi}(t)\right)$$

$$\frac{dD_U}{dt} = -2\alpha_U D_U + \frac{\alpha_U^2 N_{\xi U}}{2} - \frac{2}{N_0}D_U^2\left[\cos\left(\omega_0 t + \hat{m}(t)\sin\left(\Omega t + \hat{\Phi}(t)\right) + \hat{\varphi}(t)\right)\right]^2$$

$$\frac{dD_m}{dt} = -2\alpha_m D_m + \frac{\alpha_m^2 N_{\xi m}}{2} -$$
$$-\frac{2}{N_0}D_m^2\left[-\hat{U}(t)\sin\left(\omega_0 t + \hat{m}(t)\sin\left(\Omega t + \hat{\Phi}(t)\right) + \hat{\varphi}(t)\right)\sin\left(\Omega t + \hat{\Phi}(t)\right)\right]^2$$

$$\frac{dD_\Phi}{dt} = -2\alpha_\Phi D_\Phi + \frac{\alpha_\Phi^2 N_{\xi\Phi}}{2} -$$
$$-\frac{2}{N_0}D_\Phi^2\left[-\hat{U}(t)\sin\left(\omega_0 t + \hat{m}(t)\sin\left(\Omega t + \hat{\Phi}(t)\right) + \hat{\varphi}(t)\right)\hat{m}(t)\cos\left(\Omega t + \hat{\Phi}(t)\right)\right]^2$$

$$\frac{dD_\varphi}{dt} = -2\alpha_\varphi D_\varphi + \frac{\alpha_\varphi^2 N_{\xi\varphi}}{2} - \frac{2}{N_0}D_\varphi^2\left[-\hat{U}(t)\sin\left(\omega_0 t + \hat{m}(t)\sin\left(\Omega t + \hat{\Phi}(t)\right) + \hat{\varphi}(t)\right)\right]^2$$

МОДЕЛИРОВАНИЕ АЛГОРИТМА ОЦЕНКИ ВЕКТОРА ПАРАМЕТРОВ

Работа синтезированной схемы была промоделирована на ЭВМ. Формируемая смесь сигнала и шума (1) поступала на вход алгоритма слежения, в который была заложена априорная информация о статистических характеристиках неизвестных флуктуирующих параметров сигнала и ожидаемом отношении сигнал-шум.

На рис 1 изображены временные диаграммы модельного значения параметра m (кривая красного цвета) и его текущей оценки схемой четырехконтурной фильтрацией (кривая синего цвета). Видно, что после вхождения в синхронизм следящая система обеспечивает устойчивое сопровождение информационного параметра m и отслеживает все его флуктуации.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В результате проведенных исследований показана возможность получения непрерывной текущей оценки амплитуды вибросмещения при наличии неизвестных флуктуирующих неинформационных параметров сигнала. Методом математического моделирования установлено, что можно обеспечить устойчивое слежение за меняющейся амплитудой виброколебаний даже в случае малого отношения сигнал-шум. Слежение осуществляется и при значительных детерминированных отклонениях информационного параметра от среднего значения (тренд), что может быть использовано для анализа нестационарного поведения амплитуды виброколебаний (например, при изменении числа оборотов двигателей, турбин и проч.).

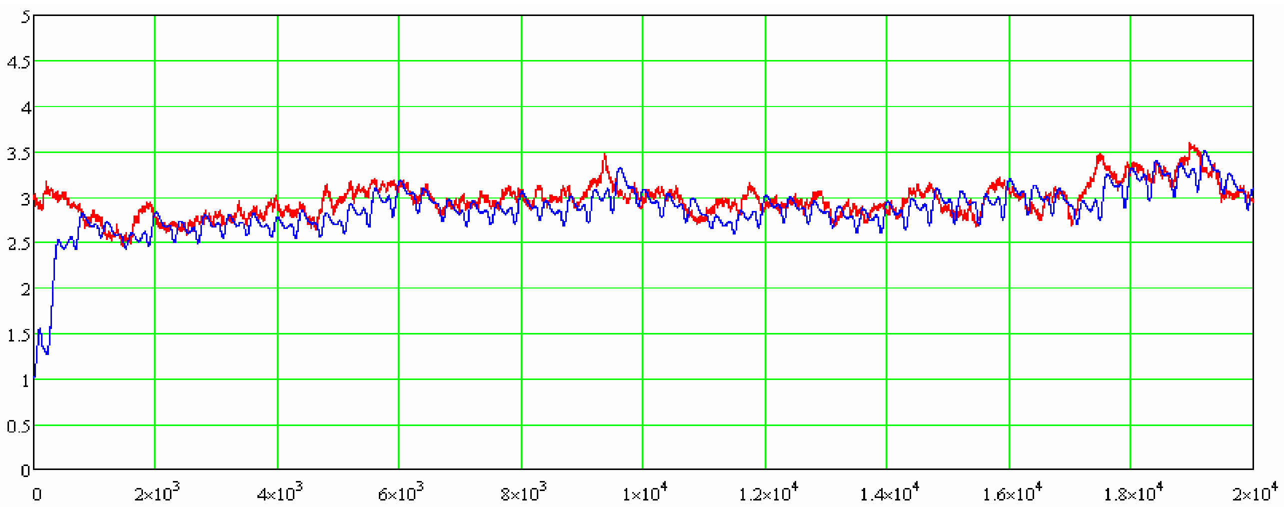

Рис. 1. Временная диаграмма флуктуаций информационного параметра и его оценки

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Застрогин Ю.Ф. и др.** Лазерные приборы вибрационного контроля и точного позиционирования. – М.: Машиностроение. 1995. – 320с.
2. **Гречихин В.А.** Оптимальная обработка сигналов лазерного доплеровского виброметра // Труды Одиннадцатой Международной научно-технической конф. «Оптические методы исследования потоков», Москва, 27—30 июня 2011г., электронное издание на *CD.*
3. **Перов А.И.** Статистическая теория радиотехнических систем. Учеб. пособие для вузов. – М.: Радиотехника, 2003, 400 с.

V.A. Grechikhin, D.A.Titov

National research university "MPEI", Russia,111250, Moscow, Krasnokazarmennaya St., 14,
E-mail: GrechikhinVA@mpei.ru, TitovDA@mpei.ru

OF THE OPTIMUM NONLINEAR FILTRATION ALGORITHM FOR LDV-SIGNAL

The solution of a problem of an optimum nonlinear filtration of a heterodyne LDV signal for the Gaussian approach of posteriori probability density of an estimated parameters vector is considered. Possibility of an instant value tracking of the vibroshift fluctuating amplitude at the presence of a vector of unknown non-information parameters for the model and real signals is shown.

HETERODYNE LDV SIGNAL, OPTIMUM NONLINEAR FILTRATION, ESTIMATION OF PARAMETERS VECTOR