

УДК 535.8

*Двенадцатая Международная научно-техническая конференция  
«Оптические методы исследования потоков»  
Москва, 25 — 28 июня 2013 г.*

В.И. Смирнов, Е.А. Неверова, Б.С. Ринкевичюс

*Национальный исследовательский университет «МЭИ», Россия,  
111250, Москва, Красноказарменная ул., 14, E-mail: rinkevbs@mail.ru*

## **АНАЛИЗ ПОГРЕШНОСТЕЙ ИНТЕРФЕРЕНЦИОННОГО ДАТЧИКА ПОВОРОТА**

### **АННОТАЦИЯ**

Рассмотрен новый принцип построения датчика угла поворота на основе периодического раstra и фотоприемной матрицы (ФМ). В предложенном датчике информация об угле поворота извлекается из изображения периодического раstra без применения кодовых последовательностей, что позволяет добиться низкой погрешности измерений. Рассмотрена потенциальная точность данного датчика.

ИНТЕРФЕРОМЕТР, ДАТЧИК ПОВОРОТА, ПОГРЕШНОСТИ ДАТЧИКА ПОВОРОТА

### **ВВЕДЕНИЕ**

В [1] был предложен новый принцип построения датчика угла поворота на основе периодического раstra и фотоприемной матрицы (ФМ). В предложенном датчике информация об угле поворота извлекается из изображения периодического раstra без применения кодовых последовательностей, что позволяет добиться низкой погрешности измерений. Принцип действия датчика не требует высокой точности размещения раstra относительно оси вращения, а в самом датчике может не быть конструктивно выделенной оси вращения.

### **ПРИНЦИП ДЕЙСТВИЯ ДАТЧИКА**

Принцип действия углового датчика основан на измерении угла наклона полос периодического раstra, закрепленного на оси объекта. Для регистрации изображения полос используется ФМ. Изображение на ней представляет собой чередование темных и светлых полос (рис. 1). По их наклону определяется абсолютный угол поворота объекта, на котором закреплен растр, относительно строк ФМ. Значение угла вычисляется при обработке всего изображения.

Малая погрешность измерений обеспечивается за счет большого количества точек измерительного массива, определяемого числом пикселей ФМ. Погрешности измерений связаны с собственными шумами матрицы и неоднородностями в оптическом тракте. Последние сводятся к минимуму при отсутствии объекта и применении методов цифровой фильтрации для обработки изображения. Быстродействие системы обусловлено длительностью импульса подсветки, а частота измерения угла равняется частоте считывания кадра.

Для оценки точностных параметров экспериментальной установки вычислялся угол наклона полос по изложенному выше алгоритму при одновременном его изменении поворотной платформой. Минимальная погрешность измерений угла поворота в интервале

$20^\circ - 45^\circ$  составляет  $\pm 5''$ . После калибровки платформы в зависимости  $\sigma(\alpha)$  практически отсутствует систематическая составляющая, а максимальная погрешность, определенная экспериментально, составляет  $\pm 0,5'$  (рис. 2).

Используемый принцип построения датчика позволяет снизить его чувствительность к погрешностям установки, что обеспечивает высокую точность измерений массогабаритных параметров. После устранения систематической погрешности в эксперименте достигнута погрешность измерения угла, не превышающая  $0,5'$ . При ее определении были учтены шумы, вносимые размерами пикселей фотоприемной матрицы и неодинаковым расстоянием между пикселями в строках и столбцах.

Экспериментальные оценки показывают, что предложенный метод измерения угла поворота позволяет определять углы наклона полос с погрешностью в несколько единиц угловых секунд. При измерениях СКП определения углового положения раstra составила не более  $5''$ .

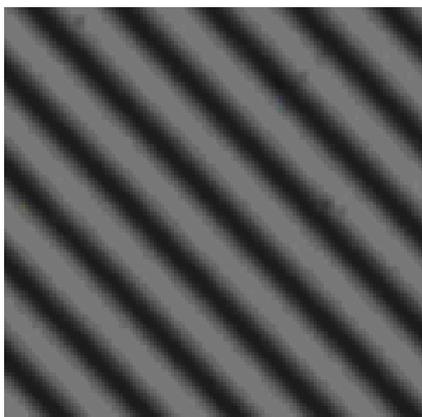


Рис. 1. Изображение, спроецированное на поверхности фотоматрицы

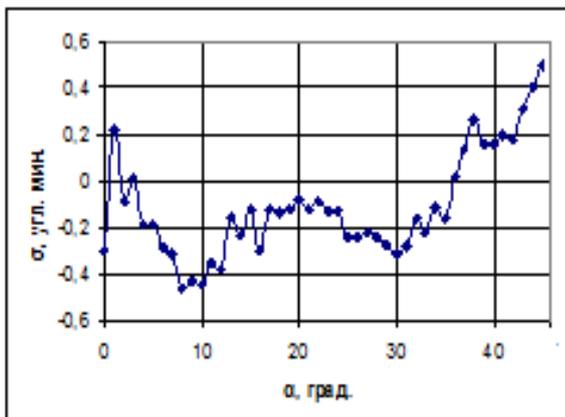


Рис. 2. Зависимость погрешности определения угла наклона полос от их углового положения платформы

## ПОТЕНЦИАЛЬНАЯ ТОЧНОСТЬ ДАТЧИКА

Рассмотрим потенциальную точность данного датчика угла поворота. С точки зрения информационной теории оптических измерений [2] речь идет о нахождении минимальной дисперсии оценки угла поворота светочувствительной матрицы относительно падающего на эту матрицу светового потока, заданного распределением интенсивности  $I(x, y)$  по поверхности матрицы. Рассмотрим квадратную матрицу  $N \times N$  с квадратными светочувствительными элементами размером  $h \times h$  регистрирующую синусоидальное

интерференционное световое поле, полосы которого ориентированы под углом  $\alpha$  к стороне матрицы. Для распределения  $I(x, y)$  имеем

$$I(x, y) = A \left( 1 + m \cos \left( x \frac{2\pi}{\Lambda} \sin \alpha + y \frac{2\pi}{\Lambda} \cos \alpha + \varphi \right) \right), \quad (1)$$

где  $A$  – максимальная интенсивность,  $m$  – глубина модуляции,  $\Lambda$  – ширина полосы интерференционной картины  $\varphi$  – начальная фаза..

Сигнал с отдельного элемента (пикселя) пропорционален световой мощности, падающей на его поверхность, и может быть описан следующим выражением:

$$u_{ij} = C \int_{y_j - \frac{h}{2}}^{y_j + \frac{h}{2}} \int_{x_i - \frac{h}{2}}^{x_i + \frac{h}{2}} I(x, y) dx dy + \Delta u_{ij}, \quad (2)$$

где  $C$  – коэффициент преобразования,  $\Delta u_{ij}$  – погрешность измерения;  $x_i, y_j$  – координаты центра пикселя с индексами  $i, j$  ( $i = 0, 1, \dots, N$ ;  $j = 0, 1, \dots, N$ ); система прямоугольных координат привязана к сторонам матрицы.

На рис. 3 дан пример наглядной иллюстрации математических выражений (1) и (2).

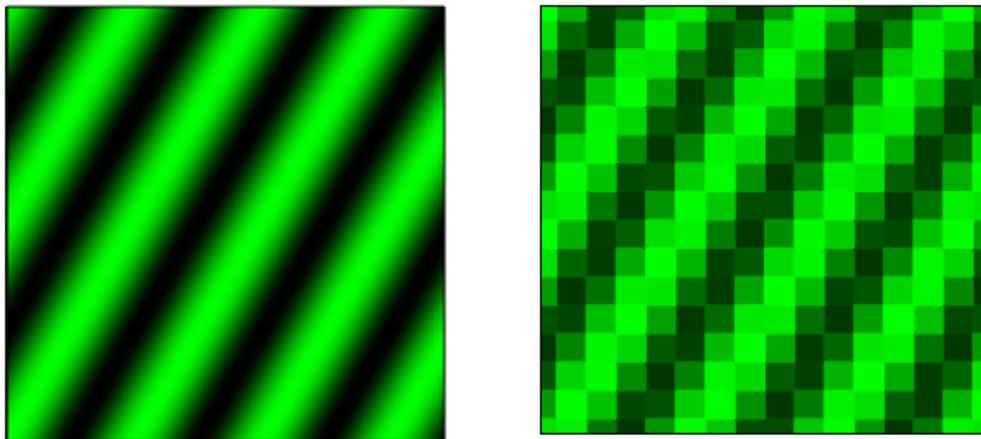


Рис. 3. Примеры распределения  $I(x, y)$  на поверхности светочувствительной матрицы (левый рисунок) и соответствующего визуализированного 2D сигнала матрицы  $16 \times 16$  в отсутствие шумов (правый рисунок).

Как видно 2D сигнал матрицы может лишь приближенным образом описывать распределение интенсивности даже при малом уровне шума, и тем более, если уровень шума соизмерим с уровнем полезного сигнала.

Предположим, что шум отдельных элементов матрицы является нормальным, некоррелированным и аддитивным с одинаковой дисперсией  $\sigma^2$ . Информационный анализ показывает, что предельная точность измерения угла наклона полос зависит от относительного уровня шума  $\varepsilon = \frac{\sigma}{CA}$ , от отношения  $Q = \Lambda/h$ , от числа элементов  $N$ , а также от истинных значений параметров  $\alpha$ ,  $m$  и  $\varphi$ .

Из элементарных соображений ясно, что потенциальный предел погрешности прямо

пропорционален  $\varepsilon$ , а также то, что при  $N \gg 1$  зависимость от фазы  $\varphi$  становится несущественной. Зависимость от  $m$  также достаточно очевидна. Минимум погрешности достигается при  $m=1$ . Таким образом, задача сводится, в основном, к анализу потенциальной точности измерения угла  $\alpha$  в зависимости от  $Q$ ,  $N$  и  $\alpha$ . Такой анализ позволит определить оптимальные условия измерений.

Используя методику, описанную в [3] и основанную на теореме Рао-Крамера [4], для минимальной дисперсии оценки  $\alpha$  можно получить следующее общее выражение:

$$(\sigma_\alpha)_{\min} = \varepsilon \left\{ \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=1}^{N-1} \left[ \frac{\partial}{\partial \alpha} \int_{y_j - \frac{h}{2}}^{y_j + \frac{h}{2}} \int_{x_i - \frac{h}{2}}^{x_i + \frac{h}{2}} \left( 1 + m \cos \left( x \frac{2\pi}{\Lambda} \sin \alpha + y \frac{2\pi}{\Lambda} \cos \alpha + \varphi \right) \right) dx dy \right]^2 \right\}^{-\frac{1}{2}} \quad (3)$$

Двойной интеграл и последующее дифференцирование по параметру  $\alpha$  в (3) допускают аналитическое представление в элементарных функциях, но получаемое выражение слишком громоздко. Тем не менее, оно оказывается полезным для ускорения вычислений.

Некоторые результаты расчетов в графической форме показаны ниже на рис.3 и рис.4. Во всех приведенных здесь расчетах принималось  $\varepsilon=0,01$ ;  $m=1$  и  $\varphi=0$ .

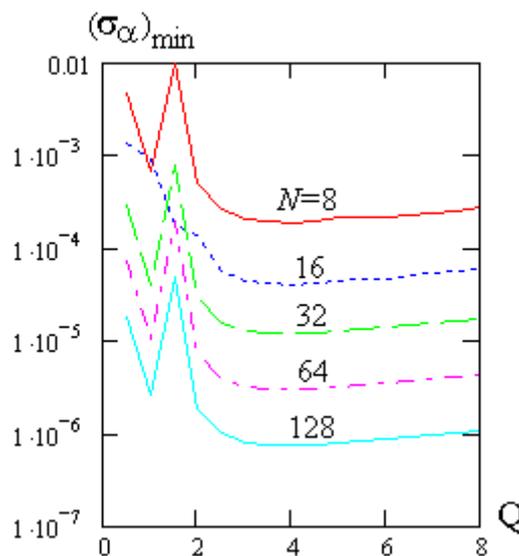


Рис. 4. Графики зависимости минимальной среднеквадратической погрешности оценки угла наклона полос  $(\sigma_\alpha)_{\min}$  от параметра  $Q = \Lambda/h$  для матриц  $N \times N$  (значения  $(\sigma_\alpha)_{\min}$  даны в радианах;  $\varepsilon=0,01$ ;  $m=1$  и  $\varphi=0$ ).

При  $Q < 3$  наблюдается нерегулярный характер зависимостей и существенно немонокотное резкое падение  $(\sigma_\alpha)_{\min}$ . В этой области можно ожидать сильного влияния фазы  $\varphi$ . Минимальные значения всех кривых наблюдаются примерно при  $Q=4$ , далее с ростом  $Q$  наблюдается медленный рост минимальных погрешностей. Таким образом, оптимальным условием для выбора ширины полосы можно считать условие  $\Lambda = 4h$  независимо от  $N$ . При этом общее число полос на поверхности матрицы должно составлять примерно  $N/4$ .

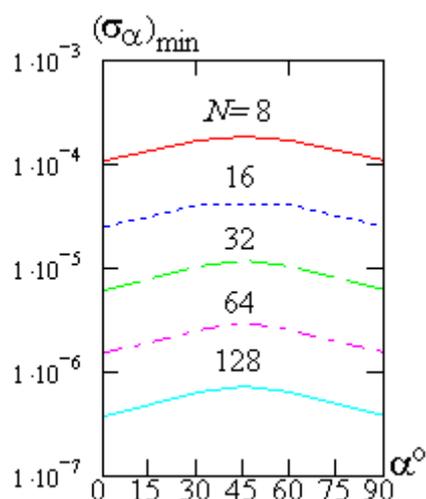


Рис. 5. Графики зависимости минимальной среднеквадратической погрешности оценки угла наклона полюс  $(\sigma_{\alpha})_{\min}$  от  $\alpha$  для матриц  $N \times N$  (значения  $(\sigma_{\alpha})_{\min}$  даны в радианах;  $\varepsilon=0,01$ ;  $m=1$  и  $\varphi=0$ ).

Минимальные значения по углу  $\alpha$  наблюдаются при  $\alpha=0$  и  $\alpha=\pm 90^\circ$ , хотя на практике при приближении к этим значениям возможны срывы в работе рабочих алгоритмов получения оценок. Максимальные значения по углу  $\alpha$  наблюдаются при  $\alpha=\pm 45^\circ$ , они примерно в два раза больше минимальных.

Полученные результаты позволяют оценить потенциальный предел точности угловых измерений с матрицей и синусоидальным растром. Например, с матрицей  $128 \times 128$  при  $\varepsilon=0,01$  нельзя получить среднеквадратичную погрешность менее  $0,15''$ . Эта оценка дает предельное угловое разрешение метода, которое в данном случае превышает в  $10^4$  раз пиксельное разрешение. Важно и то, что выполненный информационный анализ позволяет определять эффективность рабочих алгоритмов получения оценки параметра  $\alpha$ .

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

1. Датчик угла поворота на основе периодического раstra и фотоприемной матрицы, в котором информация об угле поворота извлекается из изображения периодического раstra без применения кодовых последовательностей, может обладать высокой точностью измерений.
2. Рассмотрена потенциальная точность данного датчика и получены соотношения, позволяющие рассчитывать потенциальную точность в заданных параметрах датчика.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Орлов Д.А., Неверова Е.А., Дмитриев С.В. Датчик угла поворота на основе периодического раstra и фотоприемной матрицы в полнокадровом режиме. //Метрология, 2011, № 8. С. 34-37.
2. Смирнов В.И. Информационные пределы точности измерений параметров оптических полей. Современные методы исследования потоков. /Под редакцией Б.С. Ринкевичюса. Москва. Оверлей. 2011. С. 205-220.
3. Smirnov V.I. Fundamental limitations of the accuracy of simultaneous measurements of optical field parameters. Measurement techniques. Volume 53. Issue 9 (2010). Page 1002.
4. Бард Й. Нелинейное оценивание параметров. М.: Статистика. 1979. 349 с.

V.I. Smirnov, E.A. Neverova, B.S. Rinkevichyus

*National Research University "MPEI", Russia,  
111250, Moscow, Krasnokazarmennaya st., 14, E-mail: [smirnovVI@mail.ru](mailto:smirnovVI@mail.ru)*

## **ERRORS ANALYSIS OF INTERFERENCE ROTATION SENSOR**

*A new principle of the steering angle sensor on the basis of periodic raster and a photodetector array. In the proposed sensor rotation angle information is extracted from the image without using a periodic raster code sequences, to achieve low error measurements. The potential accuracy of the sensor are considered.*

INTERFEROMETER, ROTATION SENSOR, ERRORS OF ROTATION ANGLE