

*Двенадцатая Международная научно-техническая конференция
«Оптические методы исследования потоков»
Москва, 25 — 28 июня 2013 г.*

УДК 534.413, 536.461, 536.464, 534.222

Д.М. Маркович^{1,2}, В.М. Дулин^{1,2}

¹ *Новосибирский государственный университет, Россия,
630090, Новосибирск, Пирогова ул., 2*

² *Институт теплофизики им С.С. Кутателадзе СО РАН, Россия,
630090, Новосибирск, Лаврентьева пр., 1, E-mail: dmark@itp.nsc.ru*

PIV ДИАГНОСТИКА ВИХРЕВЫХ СТРУКТУР В ТУРБУЛЕНТНЫХ ПОТОКАХ

АННОТАЦИЯ

Данная работа посвящена описанию эффективности использования метода particle image velocimetry (PIV) для диагностики крупномасштабных вихревых структур в турбулентных сдвиговых течениях. В работе излагаются основы использования PIV для измерения градиента поля мгновенной скорости в турбулентном потоке и представлены локальные и статистические методы определения крупномасштабных вихревых структур. В статье также представлены некоторые результаты измерений для круглой затопленной струи, в том числе при закрутке потока и наличии горения.

PIV, КРУПНОМАСШТАБНЫЕ ВИХРЕВЫЕ СТРУКТУРЫ, POD, DMD

ВВЕДЕНИЕ

С одной стороны, нелинейная природа движения жидкости и газа делает чрезвычайно сложным описание турбулентных течений, представляющих собой нелинейные стохастические динамические системы. С другой стороны, это также указывает на возможность эффективного управления турбулентными потоками при малых энергетических затратах и даже на возможность реламиниразации всего потока [1] при внесении "подходящих" возмущений.

В 1938 году, отвечая на вопрос фон Кармана, Толлмин и Прандтль [2] высказали предположение о том, что в турбулентных течениях присутствуют не только случайные, но и самосогласованные (когерентные) флуктуации. Позднее, Тоунсенд [3] и его ученики обозначили важную роль крупномасштабных вихревых структур (КВС) в таких потоках. В настоящее время представление динамики турбулентных сдвиговых течений как распространения когерентных структур [4] в "фоновой" турбулентности является общепризнанным. Более того, модификация КВС, путем акустического возмущения и вариации граничных условий (закрутка потока, организация пульсаций расхода, использование локальных актуаторов и др. [2, 5, 6]) является эффективным способом управления процессом переноса в турбулентных течениях. Одним из важнейших аспектов данной проблемы управления является анализ реакции динамической системы, и в частности диагностика свойств КВС. Уместно отметить, что когерентными структурами являются не только крупные вихри, но и, например, так называемые: "low-speed streaks", присутствующие во внешней области пристенных турбулентных течений, "turbulent/non-turbulent super layer"

как резкая граница между областями турбулентного и вовлекаемого нетурбулентного потока в сдвиговых течениях.

Темпы развития оптоэлектронных технологий привели к существенному шагу вперед возможности понимания гидромеханики турбулентных потоков, так как стали доступны для измерения такие данные как, пространственные распределения мгновенной скорости, получаемые при использовании методики *particle image velocimetry* (PIV). Это открыло путь к прямому измерению характеристик градиента поля скорости и такой основополагающей величины теории турбулентности, как диссипация кинетической энергии турбулентности. К существенным достоинствам метода PIV следует отнести не только простоту настройки и калибровки измерительной аппаратуры, но и большой массив данных, получаемый во время эксперимента. Однако зачастую большой объем данных сковывает исследователя в процессе их анализа и интерпретации получаемых результатов. Это объясняет возросший интерес к использованию методов понижения размерности динамических стохастических систем методами линейной алгебры. Так, в гидромеханике уже более 30 лет используется метод главных компонент (*proper orthogonal decomposition*, POD [4]), позволяющий выделять энергоемкие КВС и приближенно описывать их динамику в фоновой турбулентности потоков с периодической составляющей. Рост вычислительных мощностей также сделал возможным аппроксимацию мод оператора Купмана из последовательности полей скорости (*dynamic mode decomposition*, DMD [7]), что позволяет не только исследовать устойчивость потока, но и предсказывать его динамику по измеренному ансамблю полей скорости [8]. В 2005 году развитие метода PIV получило новый импульс с появлением метода *tomographic PIV*, основанного на малоракурсной реконструкции трехмерных изображений трассерных частиц [9]. Особенно значительным это достижение является для исследований аэроакустических явлений в турбулентных потоках, так как современные экспериментальные исследования показывают удовлетворительные результаты восстановления трехмерного поля давления в течениях при умеренных числах Рейнольдса.

Однако следует помнить, что измерение характеристик турбулентных потоков является нетривиальной задачей. С одной стороны, необходимо отчетливо представлять себе какой параметр турбулентности будет объектом измерения, так как различные статистические характеристики имеют различную степень информативности и сложную функциональную взаимосвязь между собой. С другой стороны, турбулентность является системой с очень большим количеством степеней свободы и обычно характеризуется широкополосным набором различных компонент движения и внутренних сил, среди которых немаловажную роль играют мелкомасштабные и высокочастотные составляющие. Из этого следует, что измерительные приборы, применяющиеся для определения характеристик турбулентных потоков должны обладать высоким временным и пространственным разрешением. В термоанемометрии влияние ограниченного разрешения хорошо изучено: спектральные передаточные функции датчиков с различными конфигурациями нитей часто используются для правильной интерпретации результатов экспериментальных исследований [10]. Так, например, в работе [11] приведен обзор методов учета пространственного разрешения термоанемометрических датчиков и приведены соотношения для коррекции спектров, значений дисперсии производных скорости (и температуры), и самой скорости. В данной работе мы проведем аналогичный анализ для PIV данных, обобщающий результаты по исследованию влияния пространственного разрешения метода PIV на измеряемые характеристики турбулентности, в том числе на градиент скорости.

АНАЛИЗ ПОЛЕЙ МГНОВЕННОЙ СКОРОСТИ ИЗМЕРЯЕМЫХ МЕТОДОМ PIV

Пространственное осреднение скорости PIV алгоритмом

Данный раздел рассматривает теоретические аспекты эффекта пространственного разрешения метода PIV на измеряемые характеристики турбулентности. Хорошо известно, что при измерении в потоках с большим числом Рейнольдса ограниченное пространственное разрешение приемника может вносить существенную погрешность в значение измеряемых характеристик турбулентности, особенно градиента скорости. Так, например, в работах [12, 13] было показано, что величина скорости диссипации кинетической энергии турбулентности (КЭТ), рассчитываемая из PIV полей скорости, экспоненциально уменьшается с уменьшением разрешения метода (с увеличением размера элементарной ячейки). В данном разделе приведен аналитический анализ влияния разрешения PIV на измерение среднеквадратичного отклонения пульсаций скорости и градиента скорости.

Представим измеряемое значение компоненты мгновенной скорости в точке пространства \mathbf{x} как результат применения фильтра высоких частот к действительной величине скорости u_i^* . Определим процедуру фильтрации следующим образом:

$$u_i^{*M}(\mathbf{x}) = \int G(\mathbf{r}) u_i^*(\mathbf{x} + \mathbf{r}) d\mathbf{r} + \delta^*; \quad \text{где} \quad \int G(\mathbf{r}) d\mathbf{r} = 1. \quad (1)$$

Далее мы будем обозначать мгновенные величины через *, и аналогично [11], все измеряемые величины будут обозначены надстрочным индексом M . В уравнении (1) также присутствует значение шума δ^* , который может быть оценен исходя из таких статистических характеристик как: систематическая погрешность $\beta = \langle \delta^* \rangle$, случайная погрешность $\sigma = \langle \delta^{*2} - \beta^2 \rangle^{1/2}$ и, что не маловажно, спектр шума $\mathfrak{Z}(\delta)$. В настоящее время уровень систематической погрешности CWD (см. определение в [14]) алгоритмов PIV составляет менее 0.01 пикселей, а случайная погрешность находится на уровне 0.1 и 0.02 для изображений, полученных в эксперименте и синтетически, соответственно [15]. Если при расчете вектора скорости трассеров в элементарной ячейке не применялись оконные функции, то G можно рассматривать как "top-hat" фильтр в плоскости лазерного ножа (x и z координаты). В нормальном направлении y к измерительной плоскости, G можно представить в виде Гауссовой функции вследствие Гауссового распределения интенсивности $I(y)$ поперек ножа. Далее будем считать, что центра ножа соответствует $y = 0$. Тогда, измеряемое значение скорости может быть записано в следующем виде (эффект временного разрешения не рассматривается):

$$u_i^{*M}(x, 0, z) = \frac{1}{\sigma_y \sqrt{2\pi} \Delta_x \Delta_z} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\Delta_z/2}^{\Delta_z/2} \int_{-\Delta_x/2}^{\Delta_x/2} u_i^*(x + x', y', z + z') e^{-y'^2/2\sigma_y^2} dx' dy' dz' + \delta^*. \quad (2)$$

$$I(y) = I_0 e^{-y^2/4\sigma_y^2}; \quad \text{и} \quad \Delta_y = 4\sigma_y \sqrt{\ln(2)}. \quad (3)$$

Здесь, Δ_y – это ширина лазерного ножа на полувысоте. Следует отметить, что Δ_x и Δ_z – это размеры элементарной расчетной ячейки, в отличие от шага сетки Δx и Δy . Аналогичное представление измеряемого значения компоненты скорости было использовано в [16], за исключением учета Гауссового распределения интенсивности поперек ножа. В случае же, когда распределение интенсивности лазерного пучка не является Гауссовым или же в случае измерений томографическим PIV, измеряемое значение скорости будет следующим:

$$u_i^{*M}(x, y, z) = \frac{1}{\Delta_x \Delta_y \Delta_z} \int_{-\Delta_y/2}^{\Delta_y/2} \int_{-\Delta_z/2}^{\Delta_z/2} \int_{-\Delta_x/2}^{\Delta_x/2} u_i^*(x+x', y+y', z+z') dx' dy' dz' + \delta^*. \quad (4)$$

Аналогично [16], для однородной стационарной турбулентности, второй статистический момент пульсаций скорости может быть записан как трехмерный интеграл от тензора спектральной плотности:

$$\langle u_i u_j \rangle = \int F_{ij}(\mathbf{k}) d\mathbf{k}; \quad \text{и} \quad \langle u_i^M u_j^M \rangle = \int G_k(\mathbf{k})^2 F_{ij}(\mathbf{k}) d\mathbf{k} + \sigma^2 + \beta^2. \quad (5)$$

Где F_{ij} – это преобразование Фурье от двухточечной пространственной корреляционной функции второго порядка $\langle u_i(\mathbf{x}) u_j(\mathbf{x} + \mathbf{r}) \rangle$, а $G_k(\mathbf{k})$ – это преобразование Фурье от G . Уравнение (6) соответствует Гауссову профилю лазерного пучка.

$$G_k(\mathbf{k}) = \frac{4}{k_x \Delta_x k_z \Delta_z} \sin\left(\frac{k_x \Delta_x}{2}\right) \sin\left(\frac{k_z \Delta_z}{2}\right) \exp\left(\frac{-k_y^2 \sigma_y^2}{2}\right). \quad (6)$$

$$G_k(\mathbf{k}) = \frac{8}{k_x \Delta_x k_y \Delta_y k_z \Delta_z} \sin\left(\frac{k_x \Delta_x}{2}\right) \sin\left(\frac{k_y \Delta_y}{2}\right) \sin\left(\frac{k_z \Delta_z}{2}\right). \quad (7)$$

Для простоты анализа влияния пространственного разрешения PIV на измеряемые характеристики можно рассмотреть случай локально изотропной несжимаемой турбулентности. В таком допущении F_{ij} может быть представлен в следующем виде:

$$F_{ij}(\mathbf{k}) = F_{ij}(k) = \frac{E(k)}{4\pi k^2} \left(\delta_{ij} + \frac{k_i k_j}{k^2} \right). \quad (8)$$

где $k = |\mathbf{k}|$, и $E(k) = 2\pi k^2 F_{ii}(k)$ – это трехмерный спектр КЭТ. Рис. 1 демонстрирует влияние пространственного разрешения PIV на величину измеряемых пульсаций скорости (заполненная площадь относительно всей площади под графиком) и его градиента. Влияние шума в данном примере было исключено. Заштрихованная площадь ($k_{\text{cut-off}} = \pi/\Delta$ [13]) соответствует характерной области осреднения в 31 Колмогоровских масштаба, что примерно в 8 раз меньше чем интегральный масштаб турбулентности для данного спектра. В этом примере метод PIV измеряет 82% КЭТ и всего 9,2% скорости диссипации КЭТ. В работе [13] приведена аналитическая формула для оценки погрешности измерения диссипации, которая приводит к такому же результату.

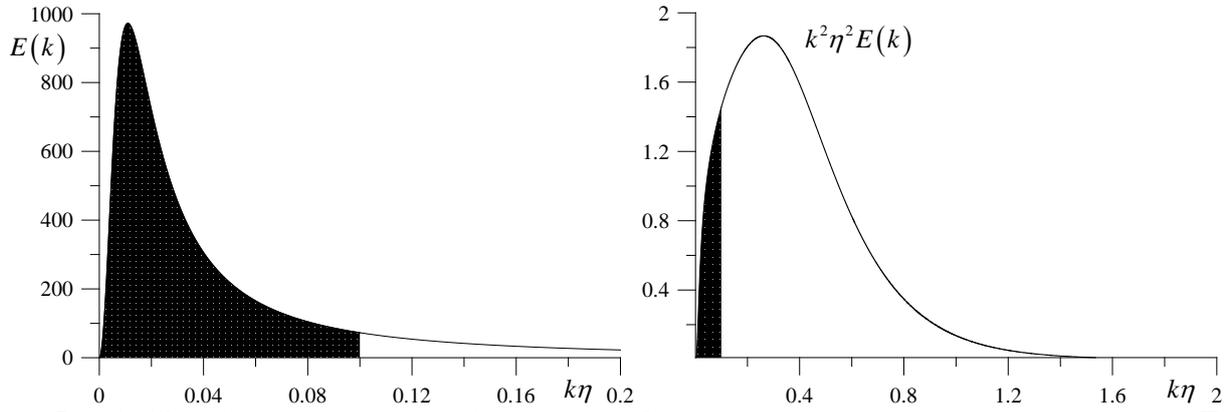


Рис. 1. (Слева) спектр кинетической энергии турбулентности и (справа) диссипации по модели Пуэпа [17]. Отношение интегрального масштаба к масштабу Колмогорова η равно 250. Заполненная область соответствует разрешаемым масштабам ($k_{\text{cut-off}} = 0.1/\eta$, $\Delta = 10\pi\eta$)

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ГРАДИЕНТА ПОЛЯ СКОРОСТИ

Как уже упоминалось, основным преимуществом PIV методики является возможность измерять поля мгновенной скорости потока и напрямую рассчитывать градиент скорости, необходимый для определения таких гидродинамических характеристик турбулентных течений, как поле давления, завихренности и др. Наиболее удобным и поэтому распространенным методом расчета пространственных производных в PIV является использование конечно-разностных дифференциальных схем. В данном разделе описывается принцип выбора оптимальных схем.

Запишем разложение в ряд Тейлора для u компоненты вектора скорости \mathbf{u} в окрестности рассматриваемого узла (анализ ограничивается одномерными схемами):

$$u(\mathbf{x} + i\Delta x) = \sum_{j=0}^{\infty} \frac{i^j}{(j)!} \frac{\partial^j u(\mathbf{x})}{\partial x^j} (\Delta x)^j, \quad (9)$$

где Δx шаг сетки векторного поля в направлении дифференцирования. Используя разложение можно получить центрально-разностную схему порядка n :

$$\frac{\partial u(\mathbf{x})}{\partial x} = \frac{1}{a\Delta x} \sum_{i=1}^{n/2} a_i (u(\mathbf{x} + i\Delta x) - u(\mathbf{x} - i\Delta x)) - \sum_{i=n+1}^{\infty} \alpha_i \frac{\Delta x^{i-1}}{i!} \frac{\partial^i u(\mathbf{x})}{\partial x^i}, \quad (10)$$

где $a = 2 \sum_{i=1}^{n/2} i a_i$ и $\alpha_i = \frac{2}{a} \sum_{l=1}^{n/2} a_l l^i$

Пренебрегая вкладом старших производных в окрестности рассматриваемой точки можно записать результат численного дифференцирования:

$$\frac{\partial u^M(\mathbf{x})}{\partial x} = \frac{1}{a\Delta x} \sum_{i=1}^{n/2} a_i (u^M(\mathbf{x} + i\Delta x) - u^M(\mathbf{x} - i\Delta x)) + \gamma \frac{\sigma}{\Delta x}, \quad \text{где } \gamma^2 = \frac{1}{a^2} \sum_{i,j} a_{i,j}^2. \quad (11)$$

Последнее слагаемое в (11) возникает вследствие того, что при расчете используются значения u^M , содержащие шум (в отличие от u). С ростом порядка схемы ошибка усечения (последнее слагаемое в (10), которое считается пренебрежимо малым) уменьшается, а ошибка, связанная усилением присутствующего в данных шума, растет. Для получения центрально-разностной дифференциальной схемы с оптимальным компромиссом между ошибкой усиления шума и ошибкой усечения можно использовать экстраполяцию

Ричардсона, заключающуюся в суммировании нескольких центрально-разностных схем второго порядка, имеющих отличный шаг:

$$\frac{\partial u^M(\mathbf{x})}{\partial x} = \frac{1}{a} \sum_{i=1,2,4,8} \frac{a_i(u(\mathbf{x}+i\Delta x) - u(\mathbf{x}-i\Delta x))}{2i\Delta x} + \gamma \frac{\sigma}{\Delta x}. \quad (12)$$

Оптимизируя весовые коэффициенты a_i , сумма которых равняется единице, можно получать центрально-разностные схемы с минимальной ошибкой усечения или минимальным усилением шума (то есть, с минимальным γ). Отдельное внимание хотелось бы уделить центрально разностной схеме "least-squares", предложенную Реффелом (соавтором монографии [18]) и аналогичную экстраполяции Ричардсона для уменьшения γ :

$$\frac{\partial u^M(\mathbf{x})}{\partial x} = \frac{2u(\mathbf{x}+2\Delta x) + u(\mathbf{x}+\Delta x) - u(\mathbf{x}-\Delta x) - 2u(\mathbf{x}-2\Delta x)}{10\Delta x} + 0.316 \frac{\sigma}{\Delta x}. \quad (13)$$

В работе [19] также приводятся компактно-разностные схемы с минимальной ошибкой усечения. Но так как такие схемы приводят к большому усилению шума, они в данной работе они не рассматриваются. Далее приведены (слева на рис. 2) спектральные характеристики двух дифференциальных схем: центрально-разностной схемы второго порядка и схемы Раффела. Используя гармонику Фурье $u = A \sin(k_x x)$ (обратите внимание, что она не содержит шум) можно определить передаточную функцию T схем.

$$T = \frac{(\partial u / \partial x)^M}{(\partial u / \partial x)}. \quad (12)$$

Например, для центрально-разностных схем T имеет следующий вид:

$$T = \frac{1}{ak_x \Delta x} \sum_{i=1}^{n/2} 2a_i \sin(ik_x \Delta x). \quad (13)$$

Слева на рис. 2. представлено сравнение передаточных функций оператора усреднения по расчетной ячейке для 50% ($2\Delta x = \Delta_x$) и 75% ($4\Delta x = \Delta_x$) перекрытия расчетных областей и оптимальных дифференциальных операторов согласно анализу [19], а именно, центрально-разностной схемы второго порядка и фильтра Раффела. Как можно видеть выводы, сделанные из синтетических тестов в работе [19], обусловлены тем, что передаточные функции операторов почти полностью совпадают.

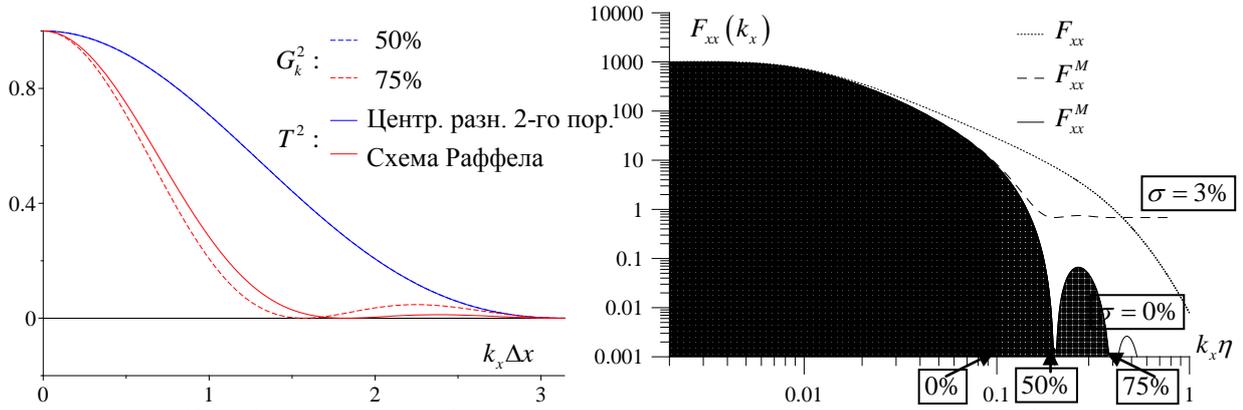


Рис. 2. (Слева) передаточная функция кросскорреляционного оператора для 50% и 75% перекрытия расчетных областей в сравнении с передаточными функциями оптимальных [19] дифференциальных схем. (Справа) модельный спектр пульсаций продольной скорости в сравнении с измеряемой величиной (для различной степени перекрытия областей). Модель Пуупа для $L/\eta = 250$, размер ячейки $\Delta_x = 10\pi\eta$.

Однако, при анализе характеристик дифференциальных схем, влияние шума исключать все-таки нельзя. Рис. 2. справа показывает модельный спектр пульсаций продольной скорости для различных длин волн в продольном направлении (в термоанемометрии спектр пульсаций во времени преобразовывается в спектр длин волн при использовании гипотезы Тейлора). При этом, так как анализируется только одна компонента вектора скорости, с математической точки зрения это соответствует и интегрированию спектральной плотности (8) по всем возможным длинам волн в направлении k_y и k_z .

$$F_{xx}(k_x) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{E(k)}{4\pi k^2} \left(1 + \frac{k_x k_x}{k^2}\right) dk_y dk_z, \text{ где } k^2 = k_x^2 + k_y^2 + k_z^2. \quad (14)$$

$$F_{xx}^M(k_x) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{G_k^2 E(k)}{4\pi k^2} \left(1 + \frac{k_x k_x}{k^2}\right) dk_y dk_z + \mathfrak{Z}^2(\delta), \text{ где } \mathfrak{Z} = \text{const} \times \sigma. \quad (15)$$

При расчете для G_k использовалось уравнение (7), то есть ячейка осреднения соответствовала кубу со стороной Δ_x . В случае спектра с шумом, последний считался равномерно распределенным по длинам волн с полной амплитудой 3% от $\langle u_x^2 \rangle$. Данный график демонстрирует, что увеличение пространственного разрешения за счет степени перекрытия между расчетными областями позволяет увеличить $k_{\max} = \pi/\Delta_x$ (где $\Delta_x = 2\Delta x$ и $4\Delta x$ для 50% и 75% перекрытия), однако получаемый спектр будет сильно искажен (так как $k_{\text{cut-off}}$ по-прежнему будет определяться Δ_x). Можно видеть, что 3% шум оказывает влияние на измеряемый спектр только в том интервале, где эффект конечного размера Δ_x уже оказывает определяющее влияние на погрешность. В итоге точность измерения величины $\langle u_x^2 \rangle$ вследствие конечного размера Δ_x будет 76%, что существенно выше, чем влияние некоррелированного шума 3%.

На рис. 3. приведен спектр пульсаций производной продольной скорости в продольном направлении. Профили получены путем умножения на F_{xx} на k_x^2 . В таком случае полоса пропускания дифференциального оператора считалась равной 1 во всем спектре (то есть разрешаемые частоты определяются пространственным осреднением). Можно видеть, что влияние конечного размера расчетной ячейки приводит к существенному занижению величины, и условное повышение пространственного разрешения за счет перекрытия расчетных областей слабо влияет на результат. Правый график на рис. 3. показывает, что влияние 3% шума начинает существенно расти с уменьшением Δx за счет перекрытия областей. То есть с одной стороны пространственное разрешение метода занижает величину измеряемой интенсивности пульсаций градиента скорости, а использование неоправданно широкополосной схемы (т.е. схемы с большим значением γ), с другой стороны, приведет к

тому, что усиливаемый высокочастотный шум будет сравним со значением разрешаемого сигнала. Это объясняет оптимальность использования дифференциальных схем с минимальным значением γ и с полосой пропускания такой же, как у кросскорреляционного оператора. Этот вывод полностью согласуется с рекомендациями [19].

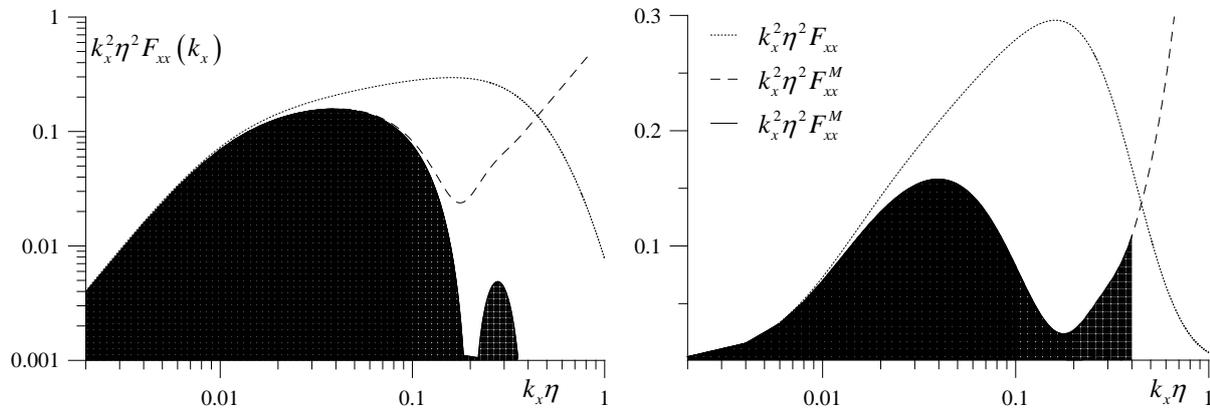


Рис. 3. Модельный спектр пульсаций градиента продольной скорости в продольном направлении и сравнение с измеряемой величиной (для различной степени перекрытия областей). Модель Поупа для $L/\eta = 250$, размер ячейки $\Delta_x = 10\pi\eta$.

Следует отметить, что при очень высоком пространственном разрешении (например, в ламинарном потоке) погрешность измерений градиента скорости будет очень высокой, так как усиленный шум будет преобладать над сигналом. Это связано с тем что, даже если значение шума мало, при стремлении пространственного разрешения к бесконечности ($\Delta x \rightarrow 0$) производная от даже малого шума неограниченно растет. Так, в работе [20] была предложена процедура коррекции для уменьшения шума в случае, когда величина элементарной ячейки существенно меньше масштаба Колмогорова. Данная процедура основана на том, что при дальнейшем уменьшении Δx , изменение величины градиента скорости главным образом вызвано влиянием шума. Однако, очевидно, что проведение измерений с пространственным разрешением меньше масштаба Колмогорова не является случаем большинства экспериментов.

ЛОКАЛЬНЫЕ СПОСОБЫ ОПРЕДЕЛЕНИЯ КОГЕРЕНТНЫХ СТРУКТУР

Одной из самых распространенных форм когерентных структур в сдвиговых потоках являются крупномасштабные вихревые структуры, соответствующие групповому движению элементов среды при вращении относительного «центра» с минимумом давления. Условно говоря, в системе отчета вихря центробежное ускорение элементов скомпенсировано градиентом давления. На первый взгляд замкнутые линии тока являются наиболее простым способом определения центров вихревых структур, однако как демонстрирует рис. 4., такой критерий не является инвариантом относительно преобразования Галилея. Циркуляция (16) для замкнутого контура является более очевидным критерием. Более того, удобно анализировать ротор (завихренность) поля скорости $\boldsymbol{\omega} = \text{rot}\mathbf{u}$.

$$\Gamma = \int \mathbf{u}^* d\mathbf{l} = \iint \text{rot}\mathbf{u}^* dS . \quad (16)$$

Однако определение локальных экстремумов распределения завихренности не всегда удобно. Например, в сдвиговых течениях определение вихревых структур будет затруднено (так как постоянный градиент скорости соответствует ненулевой завихренности, как показывает пример справа на рис. 4.). Более того амплитуда завихренности в развитых турбулентных течениях возрастает с уменьшением анализируемого масштаба

(например, см. рост $k_x^2 F_{xx}$ с k_x на рис. 3), поэтому анализ наиболее энергоемких, крупных вихрей (в отличие от мелких вихрей с максимальной энстрофией) подразумевает фильтрацию данных по масштабам [21].

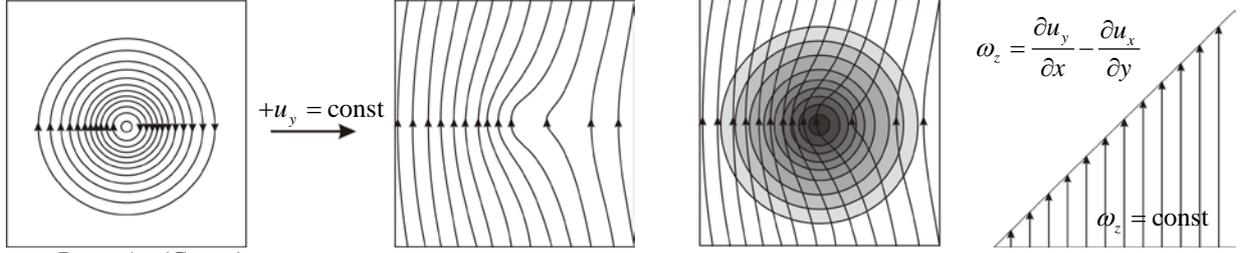


Рис. 4. (Слева) линии тока для модельного вихря относительно различных инерционных систем координат (прообразом является рис. в [22]). (Справа) поле завихренности для модельного вихря и пример постоянного сдвига скорости, соответствующей ненулевой завихренности.

Необходимо отметить, что с измерением трехмерных полей мгновенной скорости методом time-resolved Tomographic PIV, становится возможным определение поля мгновенного давления в потоке (см. обзор [23]). Однако, это с одной стороны трудоемкая процедура, требующая корректного задания граничных условий, а с другой стороны локальный минимум давления не является достаточным условием для центра КВС.

Для анализа когерентного и вихревого движения непрерывной среды удобно рассмотреть инварианты тензора деформации поля скорости $\partial u_i / \partial x_j$, который часто представляется в виде суммы тензоров напряжений S_{ij} и завихренности Ω_{ij} .

$$u_i(\mathbf{x} + \Delta x_j) = u_i(\mathbf{x}) + \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \Delta x_j + O(\|\Delta x_j\|^2). \quad (17)$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_j} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) = S_{ij} + \Omega_{ij}. \quad (18)$$

Собственные значения тензора могут быть определены из характеристического уравнения (19):

$$\sigma^3 + P\sigma^2 + Q\sigma + R = 0. \quad (19)$$

$$P = -tr(\partial u_i / \partial x_j), \quad Q = \frac{1}{2} (\Omega_{ij} \Omega_{ij} - S_{ij} S_{ij}), \quad R = -det(\partial u_i / \partial x_j) \quad (20)$$

Первый инвариант P , равен нулю для несжимаемых течений, вследствие уравнения неразрывности. Положительное значение второго инварианта Q указывает на то, что интенсивность вращения локально преобладает над напряжением. Более того для однородной изотропной турбулентности (к которой стремится мелкомасштабные пульсации в развитых турбулентных течениях) он равен нулю. Поэтому положительные значения Q часто используются для выделения крупных вихрей. Однако этот критерий не гарантирует [22] наличие локального минимума давления для максимальных значений Q . Необходимо отметить, что пренебрегая влиянием нестационарности и вязкости [24] можно записать следующее уравнение:

$$-\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i \partial x_j} \approx \Omega_{ik} \Omega_{kj} + S_{ik} S_{kj}. \quad (21)$$

Идея [22] заключалась в анализе собственных значений правой части уравнения (21) для определения областей с минимумом давления и вращением одновременно. С этой целью был использовано второе по величине собственное значение λ_2 , которое в ядре крупных вихрей должно быть отрицательным. Уместно привести уравнение (22), которое объясняет, почему довольно часто результаты $Q > 0$ и $\lambda_2 < 0$ критериев хорошо совпадают [22]:

$$Q = -\frac{1}{2}(\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3). \quad (22)$$

В более ранней работе [25] авторы рассмотрели случай, когда собственные значения самого тензора деформации будут комплексными величинами. Это условие подразумевает положительное значение детерминанта (23) характеристического уравнения (19). В работе [26], авторы использовали разложение тензора деформации в декартовой система координат в представлении (24), где λ_r и \mathbf{v}_r – действительное собственное число и вектор, а $\lambda_{cr} \pm i\lambda_{ci}$ и $\mathbf{v}_{cr} \pm i\mathbf{v}_{ci}$ – это комплексные собственные числа и векторы тензора деформации. Критерий "swirling strength" [26] соответствует существенной величине λ_{ci} .

$$\Delta = (Q/3)^3 + (R/2)^2 > 0. \quad (23)$$

$$\partial u_i / \partial x_j = \begin{bmatrix} \mathbf{v}_r & \mathbf{v}_{cr} & \mathbf{v}_{ci} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_r & & \\ & \lambda_{cr} & \lambda_{ci} \\ & -\lambda_{ci} & \lambda_{cr} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{v}_r & \mathbf{v}_{cr} & \mathbf{v}_{ci} \end{bmatrix}^{-1}. \quad (24)$$

ГЛОБАЛЬНЫЕ СПОСОБЫ ОПРЕДЕЛЕНИЯ

В данном разделе мы рассматриваем два наиболее распространенных способа определения когерентных структур в полях скорости, получаемых методом PIV, однако используемые методы не ограничиваются только ими [21, 27]. Наиболее часто применяемый метод главных компонент (POD) для определения КВС в турбулентных течениях сводится к представлению ансамбля полей пульсаций скорости $V_1^N = [\mathbf{u}^1, \mathbf{u}^2, \mathbf{u}^3, \dots, \mathbf{u}^N]$ в виде:

$$\mathbf{u}^i(\mathbf{x}) = \sum_{n=1}^N a_n^i \boldsymbol{\varphi}_n(\mathbf{x}) \text{ или } V_1^N = A\Psi \quad (25)$$

где $\boldsymbol{\varphi}_n$ – ортонормированные базисные функции $\langle \boldsymbol{\varphi}_i, \boldsymbol{\varphi}_j \rangle_\Omega = \delta_{ij}$ (δ_{ij} – это символ Кронекера) с "временными" коэффициентами a_n^i (точнее говоря, с корреляционными коэффициентами, так как порядок расположения полей скорости \mathbf{u}^i в V_1^N не оказывает значения на конечный набор $\Psi = [\boldsymbol{\varphi}_1, \boldsymbol{\varphi}_2, \boldsymbol{\varphi}_3, \dots, \boldsymbol{\varphi}_N]$). Для большой выборки PIV полей используется так называемый snapshot POD [28], так как исходя из условия ортогональности следует:

$$\boldsymbol{\varphi}_n(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^N \alpha_n^i \mathbf{u}^i(\mathbf{x}) \text{ или } \Psi = A^{-1}V_1^N. \quad (26)$$

"Оптимальные" базисные функции $\boldsymbol{\varphi}_n$ определяются из условия того, что первая и последующие моды в наибольшей степени коррелированы с ансамблем полей пульсаций скорости. Используя (26) задача сводится к поиску собственных значений и собственных векторов ковариационной матрицы (\mathbf{u}^i представляется в виде векторов-столбцов, элементы которого соответствуют значениям в узлах поля скорости):

$$\frac{1}{N} \sum_{m=1}^N \langle \mathbf{u}^n \mathbf{u}^m \rangle_{\Omega} \alpha_m^i = \lambda_i \alpha_n^i, \quad (27)$$

POD моды ранжируются по собственным значениям: $\lambda_n = \sum (a_n^i)^2 \rightarrow \max$ для $n = 0, n = 1$ и так далее. При постоянной плотности среды, эти значения соответствуют содержащейся в данной моде кинетической энергии турбулентности для рассматриваемого измерительного объема. Если поля скорости в ансамбле не являются статистически независимыми, то количество Φ может быть меньше N . Так, например, если поля скорости соответствуют строго периодичному процессу, то ненулевых мод Φ будет всего две. Эти два обстоятельства главным образом обуславливают эффективность использования POD для анализа энергоемких когерентных структур в турбулентных течениях, так как для достаточно точного представления поля скорости (25) достаточно использовать только небольшое количество POD мод. Следует отметить, что в общем виде задача POD сводится к методу наименьших квадратов для уравнения

$$\sum_{i=1}^N \left\| \mathbf{u}^i(\mathbf{x}) - \sum_{n=1}^N a_n^i \phi_n(\mathbf{x}) \right\|^2 = \|\mathbf{r}\|^2 \rightarrow \min, \quad (28)$$

и решается через сингулярное разложение [29] матрицы V_1^N размером $N \times M$. При этом \mathbf{r} оказывается равным нулю, так как количество полей скорости равняется или больше количества базисных функций, и существует взаимнооднозначное преобразование (26). Задача POD может быть решена с использованием сингулярного разложения $V_1^N = U \Lambda W^H$, где U – это матрица POD мод (со структурой аналогичной V_1^N), а Λ – это диагональная матрица с элементами равными квадратным корням из λ_i собственных значений ковариационной матрицы. Можно показать, что $V_1^N (V_1^N)^H = U \Lambda W^H W \Lambda U^H$, или $V_1^N (V_1^N)^H U = U \Lambda^2$, что соответствует (27). Индекс H обозначает Эрмитово-сопряженную матрицу.

Процедуру DMD [7] можно представить как разложение последовательности полей мгновенной скорости V_1^N в виде конечного ряда комплексных гармоник Фурье, т.е. пространственных базисных функций $\phi_n(x)$ с зависящими от времени коэффициентами $b_n(t_i)$. В случае, когда шаг по времени Δt достаточно мал, и количество полей скорости в выборке является достаточным, методом наименьших квадратов решается задача определения комплексных значений ω_n , таких что $b_n(t_i) = \exp(\omega_n t_i)$ на всем промежутке времени наблюдения.

$$\mathbf{u}(\mathbf{x}, t_i) = \sum_{n=1}^N b_n(t_i) \phi_n(\mathbf{x}) = \sum_{n=1}^N e^{\omega_n t_i} \phi_n(\mathbf{x}) \quad (29)$$

$$\mathbf{u}^{i+1} = B \mathbf{u}^i = e^{\hat{B} \Delta t} \mathbf{u}^i, \text{ где } \mathbf{u}^i = \mathbf{u}(t_i) = \mathbf{u}(i \Delta t) \quad (30)$$

Вещественный коэффициент $\text{Re} \omega_n$ соответствует инкременту роста (затухания), а мнимый $\text{Im} \omega_n$ – характерной частоте (фазовой скорости) эволюции моды в течение рассматриваемого промежутка времени. Необходимо отметить, что в отличие от дискретного преобразования Фурье, набор частот $\text{Im} \omega_n$ не является последовательностью с равномерным шагом. Важно, что временное разрешение при измерении полей мгновенной скорости для корректного разложения (29) должно быть достаточным. То есть эволюция динамической системы должна хорошо описываться дискретным дифференциальным уравнением (30).

Задача решается модифицированным методом Арнольди [7]. Очевидно, что последовательность полей скорости со второго по N и с первого по $N-1$ связаны между собой $V_2^N = B V_1^{N-1}$. Однако определение собственных значений матрицы B является

чрезвычайно трудоемкой задачей. Поэтому Шмид использует разложение последнего поля скорости в ансамбле как линейную комбинацию остальных полей скорости и невязку.

$$\mathbf{u}^N = b_1 \mathbf{u}^1 + b_2 \mathbf{u}^2 + \dots + b_{N-1} \mathbf{u}^{N-1} + \mathbf{r} = V_1^{N-1} \mathbf{b} + \mathbf{r} \Rightarrow AV_1^{N-1} = V_1^{N-1} S + \mathbf{r} \cdot \mathbf{e}^T = V_2^N \quad (31)$$

Это связывает V_2^N с V_1^{N-1} через столбец \mathbf{b} и позволяет построить матрицу S , содержащую коэффициенты b_i . Задача минимизации

$$\|V_2^N - V_1^{N-1} S\|^2 = \left\| \mathbf{u}^N(\mathbf{x}) - \sum_{n=1}^{N-1} b_n \mathbf{u}^n(\mathbf{x}) \right\|^2 = \|\mathbf{r}\|^2 \rightarrow \min \quad (32)$$

может быть решена через QR [29] разложение $V_1^{N-1} = QR$: $S = R^{-1} Q^H V_2^N$ [30], или аппроксимирована $\hat{S} = U^H B U$ через сингулярное разложение V_1^{N-1} : $\hat{S} = U^H V_2^N W A^{-1}$ [7]. Собственные вектора и собственные значения \hat{S} ($\hat{S} y_i = \mu_i y_i$) аппроксимируют собственные значения B [7]. Динамические моды $\Phi = [\phi_1, \phi_2, \phi_3, \dots, \phi_{N-1}]$ определяются исходя из собственных векторов y_i матрицы \hat{S} : $\phi_i = U y_i$, а показатель экспоненты $\omega_n = \text{Ln}(\mu_i) / \Delta t$. Так как в работе будут приведены примеры DMD разложения для стационарных турбулентных течений, то для всех мод значения $\text{Re} \omega_n$ были близки к нулю. DMD спектр определяется как величина L_2 -нормы $\|\phi_n\|$ в зависимости от частоты $\text{Im} \omega_n$. Необходимо отметить, что так как исходные данные являлись действительными числами, то DMD спектр является симметричным относительно $\text{Im} \omega = 0$.

РЕЗУЛЬТАТЫ

Поток без горения

В данном разделе показаны результаты определения когерентных вихревых структур экспериментального исследования затопленных струй, опубликованного в работе [31]. Так как измерения проводились плоскостным методом stereoscopic PIV, то пространственная производная вектора скорости по нормальному к плоскости направлению не известна. Поэтому поля мгновенной скорости анализируются с предположением двухмерного пространства. В такой постановке задачи "swirl strength" и Q критерии принимают следующий вид:

$$\lambda_{ci} = \text{Im} \left(\frac{\partial u_x}{\partial x} \frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} \frac{\partial u_y}{\partial y} - 2 \frac{\partial u_x}{\partial x} \frac{\partial u_y}{\partial y} + 4 \frac{\partial u_x}{\partial y} \frac{\partial u_y}{\partial x} \right)^{1/2} \quad (33)$$

$$-Q = \frac{1}{2} \frac{\partial u_x}{\partial x} \frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{1}{2} \frac{\partial u_y}{\partial y} \frac{\partial u_y}{\partial y} + \frac{\partial u_x}{\partial y} \frac{\partial u_y}{\partial x} \quad (34)$$

На рис. 5. представлено поле мгновенной скорости на начальном участке свободной струи. В потоке имел место цилиндрический сдвиговый слой, в котором в результате Кельвина-Гельмгольца сворачивались кольцевые вихревые структуры. Распределения нормированы на диаметр сопла d и среднерасходную скорость U_b . Можно видеть, что для сдвигового слоя характерны существенные значения завихренности и выделение вихревых структур вблизи сопла используя этот критерий затруднено. Распределения значений "swirling strength" и Q критериев почти полностью эквивалентны с учетом коэффициента 2 и не подвержены влиянию сдвига.

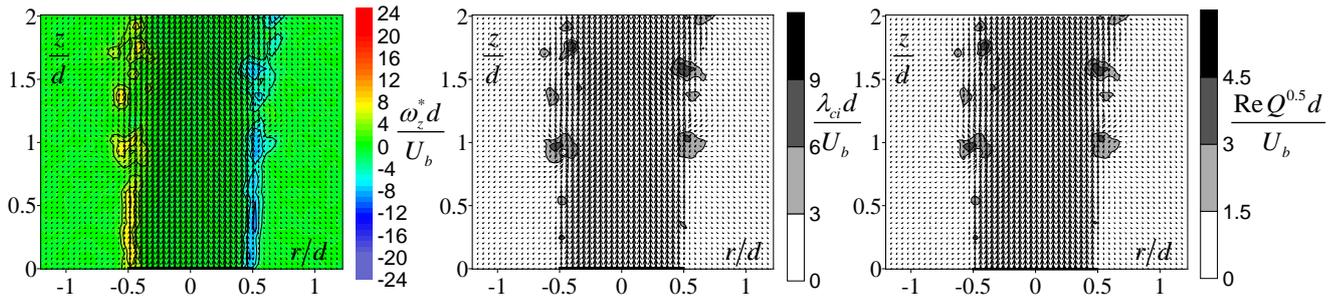


Рис. 5. Поле мгновенной скорости в свободной струе [31] и распределения (слева) завихренности, (в середине) "swirling strength", (справа) корня квадратного от положительной величины Q критерия

На рис. 6. рассмотрен случай струйного течения при периодическом возбуждении потока (при пульсациях расхода) с частой из диапазона наибольшей восприимчивости прямооточной струи. Число Струхала определено как $St = f_e d / U_b = 0.52$, где f_e – это частота воздействия, а интенсивность воздействия может быть оценена из u_{rms} , интенсивности пульсаций продольной скорости в центре выходного сечения сопла.

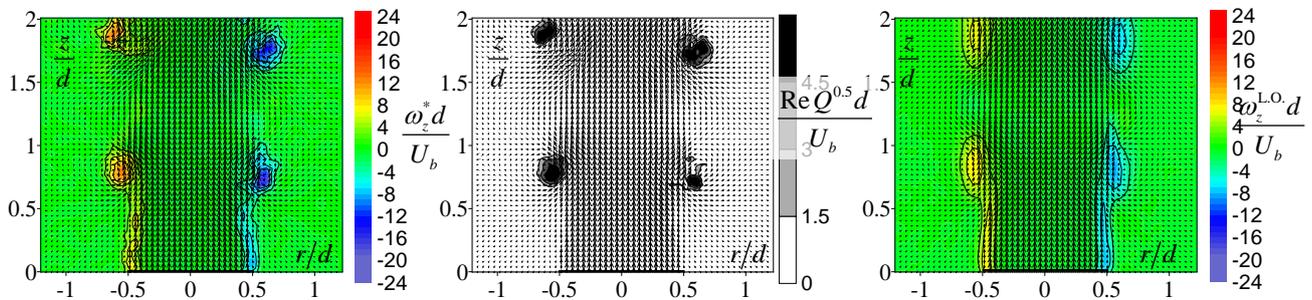


Рис. 6. Поле мгновенной скорости в свободной струе при внешнем периодическом возбуждении ($St = 0.52$, $u_{rms} = 0.063U_b$ [31]) и распределения (слева) завихренности, (в середине) корня квадратного от положительной величины Q критерия. (Справа) поле скорости и завихренности для низкоразмерного представления поля скорости.

Справа на рис. 6. также показана низкоразмерная реконструкция (35) поля скорости с использованием первых двух POD мод (для примера на рис. 6. коэффициент второй моды был близок к нулю). \mathbf{U} – это поле средней скорости. Как показывает POD спектр слева на рис. 7., эти две моды соответствуют почти 50% КЭТ в измерительном объеме.

$$\mathbf{u}^{L.O.}(x, t_i) = \mathbf{U} + a_1^i \boldsymbol{\phi}_1(\mathbf{x}) + a_2^i \boldsymbol{\phi}_2(\mathbf{x}) \quad (35)$$

Можно видеть, что как для мгновенного распределения, так и для реконструкции, сдвиговые слои характеризуются значительной величиной завихренности. Если на мгновенном распределении завихренности и Q критерия локальные экстремумы указывают на положения кольцевых вихревых нитей, то в низкоразмерной реконструкции (фактически фазовом осреднении) распределение завихренности показывает окрестность среднего положения вихрей для данной фазы воздействия. Проанализировав зависимость значений коэффициентов корреляции первых двух мод с полями мгновенной скорости для различных моментов времени (слева на рис. 7), можно видеть, что две моды описывают фазовое пространство периодического сигнала. Измерение суммы квадратов амплитуд мод от постоянного значения связано с наклонами кольцевых вихрей и с их запаздыванием/опережением по сравнению со средней скоростью движения.

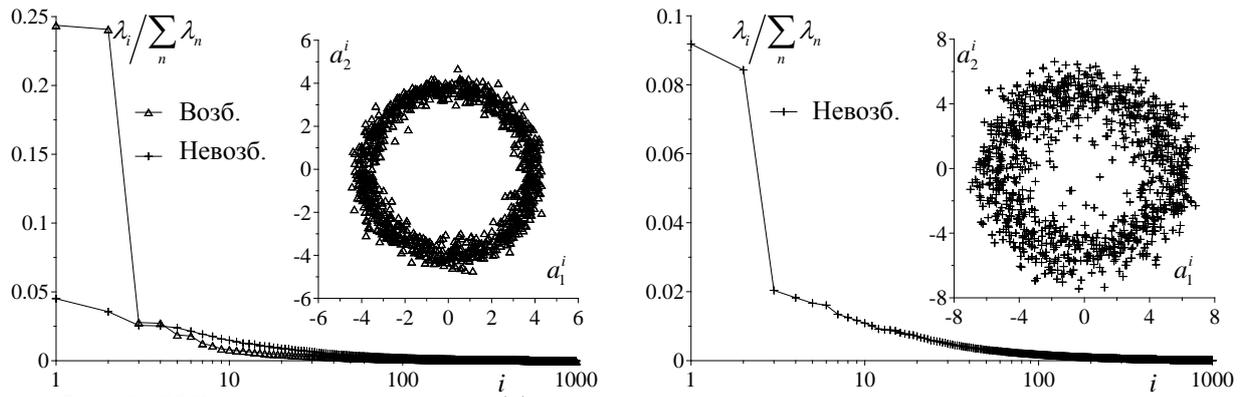


Рис. 7. POD спектр и значения коэффициентов корреляций первых двух мод с полями мгновенной скорости. (Слева) незакрученная струя, в том числе при внешнем периодическом возбуждении ($St = 0.52$, $u_{rms} = 0.063U_b$ [31]). (Справа) сильнозакрученная струя с распадом вихря.

Справа на рис. 7. показан POD спектр струи при сильной закрутке потока, при которой имеет место распад вихревого ядра после расширения потока (при выхода струи из сопла). Можно видеть, что аналогично незакрученной струе с возбуждением, в потоке доминируют две моды, связанные с квази-периодичным процессом. Из сравнения (на рис. 8) поля мгновенной скорости и низкоразмерного представления с использованием этих двух POD мод, изменение амплитуды мод от реализации к реализации связано не только с вариацией положения центров крупных вихрей для каждой отдельной фазы процесса, но и с влиянием турбулентных пульсаций, вызванных вихрями меньшего размера. Сравнение завихренности и Q критерия для полей мгновенной скорости демонстрирует два важных обстоятельства. Используя фазово-осредненную картину положения центров крупномасштабных вихревых структур (справа на рис. 8), в распределении завихренности мгновенного поля скорости можно идентифицировать квазипериодичные вихри, но существенные пульсации завихренности вызваны также целым спектром вихрей меньшего размера. При этом Q критерий для мгновенного поля скорости визуализирует именно центры и именно крупных вихрей (фактически положения вихревых нити), а для низкоразмерного представления значения Q критерия указывают на фазово-осредненную окрестность прохождения этих вихрей.

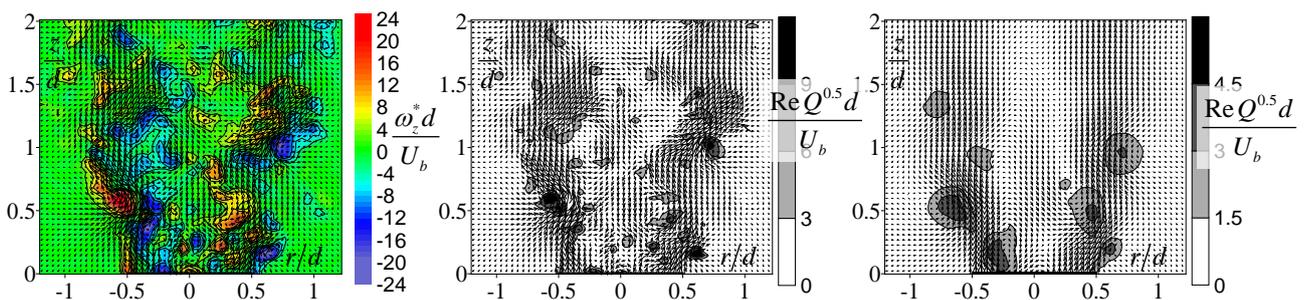


Рис. 8. Поле мгновенной скорости в сильнозакрученной струе и распределения (слева) завихренности и (в середине) корня квадратного от положительной величины Q критерия. (Справа) Низкоразмерное представление поля скорости (фазово-осредненная окрестность положения центров крупных вихрей из Q критерия).

Тем не менее, можно предположить, что фазово-осредненные положения когерентных структур в плоскости измерения представляют собой сечения трехмерных фазово-осредненных когерентных структур, вызванных прецессией потока. В таком случае изменение фазы эквивалентно вращению потока, то есть повороту по азимутальному углу ϕ . Тогда мы можем представить (35) в следующем виде:

$$\mathbf{u}_{L.O.}^*(r, \phi, z) = \mathbf{U}(r, z) + \sqrt{2\lambda_1} \sin(\phi) \boldsymbol{\Phi}_1(r, z) + \sqrt{2\lambda_2} \cos(\phi) \boldsymbol{\Phi}_2(r, z) \quad (36)$$

На рис. 9. представлено реконструированное поле скорости [32].

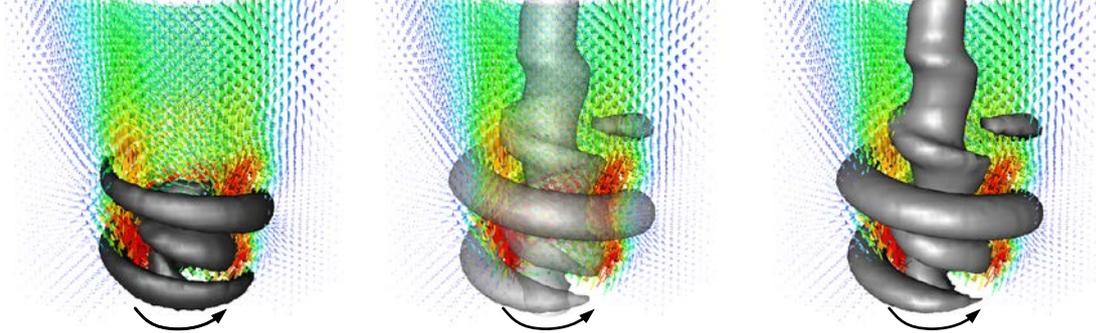


Рис. 9. Низкоразмерная реконструкция (фазовое осреднение) прецессирующего вихревого ядра и вторичного спирального вихря в сильнозакрученной струе с распадом вихревого ядра (данные работы [32]). (Слева) модуль азимутальной компоненты ротора, (в середине) Q критерий, (справа) λ_2 критерий.

Как можно видеть для данной реконструкции Q и λ_2 критерии дают очень близкий результат. Слева на Рис. 9 также показан модуль азимутальной компоненты фазово-осредненной завихренности, соответствующий двум областям спиральной формы. При измерении в центральной плоскости КВС выглядят как асимметрично расположенные относительно оси z пары вихрей разного знака: один вихрь располагается внутри зоны рециркуляции, второй - во внешнем слое смешения. Как показывает модуль азимутальной компоненты завихренности – это пара спиральных вихрей. Однако учет градиента азимутальной компоненты скорости в объеме показывает, что наблюдаемая внутренняя спираль есть следствие отклонения центрального вихря (вихревой нити ядра закрученной струи) от прямой линии. Таким образом, когерентные вихревые структуры в данном течении соответствовали прецессирующему вихревому ядру и вторичному спиральному вихрю, индуцированному во внешнем слое смешения.

Поток с горением

Одним из самых главных изменений в потоке вследствие горения является локальное изменение плотности среды (как за счет тепловыделения, так и вследствие изменения количества молекул в процессе химической реакции). При этом поле скорости потока уже нельзя интерпретировать как локальное распределение импульса среды, а в POD разложении собственные значения мод перестают соответствовать их вкладу в кинетическую энергию турбулентности. Однако как будет показано в данном разделе, как POD, так и DMD остаются чрезвычайно эффективными инструментами для определения глобальных мод неустойчивости в потоке, в том числе мод вызванных самим процессом горения. На рис. 10 справа приведены распределения средней скорости потока для поднятого пламени без закрутки. Объемная концентрация пропана в поступающей из сопла смеси с воздухом была близка к 11%, что соответствовало коэффициенту избытка воздуха 0.4. Как и в случае без горения, между струей, выходящей из сопла, и внешним воздухом присутствовал сдвиговый слой, в котором в результате неустойчивости Кельвина-Гельмгольца имело место развитие возмущений и сворачивание кольцевых вихрей. Точка поджога (основание) пламени располагалась в слое смешения ($r/d = 0.72$) на расстоянии $z/d = 1.3$ от сопла [33]. Слева на рис. 10 показан спектр DMD для данного течения (нормированный на среднерасходную скорость и на количество узлов в поле скорости квадрат L_2 -нормы $\|\phi_n\|$ в зависимости от частоты $\text{Im}\omega_n$). Для струйного течения без горения кольцевые вихри сворачивались на частоте, соответствующей $St = 0.38$, и далее по потоку происходило попарное объединение вихрей, что приводит к появлению в спектре субгармоник. В спектре глобальных мод для

потока с горением присутствуют только два ярко выраженных пика на частотах 17 и 308 Hz. Частота 308 Hz соответствовала росту локальной моды возмущения вдоль сдвигового слоя и сворачиванию КВС перед фронтом пламени. Как можно видеть, когерентное движение газа на этой частоте также сохранялось и после фронта пламени. При этом в случае горения субгармоники в потоке отсутствовали. Это вызвано тем, что кольцевые вихри после прохождения через основание пламени ускорялись и их взаимодействие между собой в области измерения уже не наблюдалось. Меньшая частота 17 Hz была связана с длинноволновыми осцилляциями поперечной и продольной скорости после основания пламени и соответствовала глобальной моде неустойчивости диффузионного факела за счет действия сил плавучести [34].

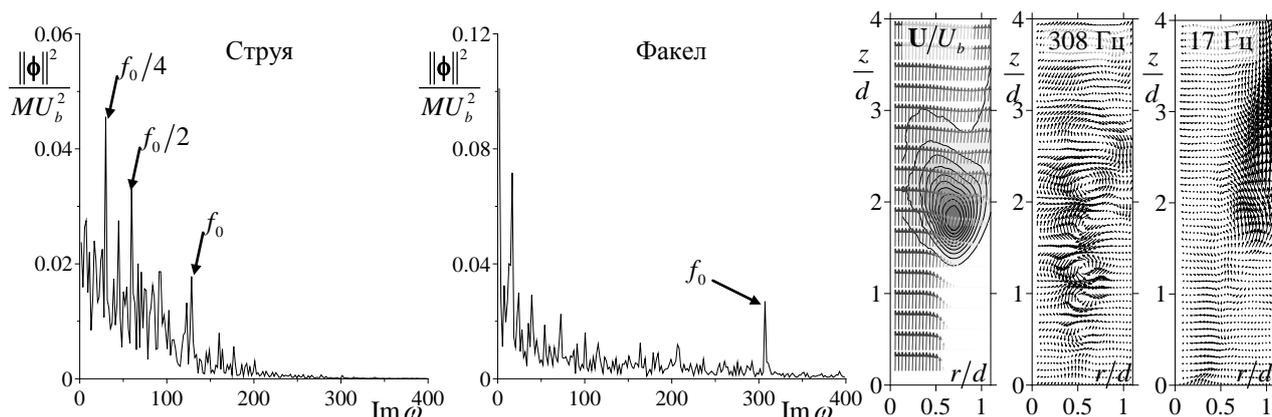


Рис. 10. DMD спектры для (слева) свободной струи и (в середине) поднятого пропано-воздушного факела (данные работы [35]). (Справа) Средние во времени распределения скорости и относительной концентрации CH^* , а также примеры двух DMD мод для поднятого факела

Для поднятого пламени с сильной закруткой потока осредненная структура течения (рис. 11 справа) демонстрирует наличие центральной зоны рециркуляции вследствие распада вихревого ядра струи. Как и в случае без закрутки, основание поднятого пламени было локализовано в слое смешения между внешним воздухом и подаваемой смесью. Из DMD спектра слева на рис. 11 видно, что наиболее интенсивные пульсации соответствовали частоте 275 Hz, но в потоке также присутствовали осцилляции на частоте около 9 Hz. В потоке без горения наблюдается единственная ярко выраженная частота 243 Гц, соответствующая прецессии всего потока. Как видно из DMD мод, осцилляции на 275 Hz в потоке с горением соответствовали изменению радиальной скорости вблизи нижней критической точки зоны рециркуляции, а также во внешнем и внутреннем слоях смешения. Аналогичные когерентные структуры были также обнаружены в POD анализе для сильнозакрученных струй без горения в некоторых других недавних работах. Они соответствуют прецессии вихревого ядра струи, вследствие неустойчивости потока к глобальной азимутальной моде [36], и формированию вторичного спирального вихря во внешнем слое смешения (см. Рис 9). Частота 9 Hz соответствовала осцилляциям потока в продольном направлении, которые, главным образом, имели место во внешнем слое смешения над основанием фронта пламени. Так как эта мода не наблюдалась в потоке без горения и была связана с квазипериодическими пульсациями тепловыделения. В данной работе был сделан вывод, что в закрученном потоке мода на частоте 9 Hz также соответствует глобальной моде неустойчивости вследствие действия сил плавучести на диффузионный факел. Отличие в частоте для потоков с закруткой и без нее, вероятно, связано с варикозной модой в первом случае и синусоидальной во втором [34].

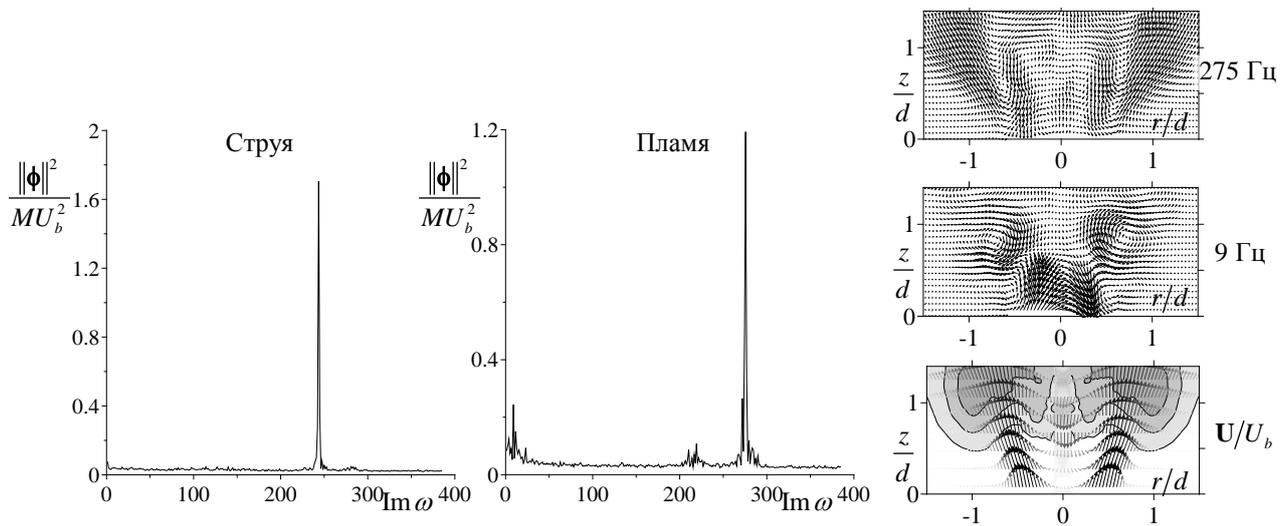


Рис. 11. DMD спектры для (слева) закрученной струи и (в середине) пропано-воздушного пламени (данные работы [35]). (Справа) Средние во времени распределения скорости и относительной концентрации CH^* и примеры двух DMD мод для закрученного пламени.

На рис. 12 приведена низкоразмерная реконструкция (36) для сильнозакрученной струи с горением при использовании мод прецессии вихревого ядра. Рисунок демонстрирует, что с фундаментальной точки зрения когерентная структура течения не изменилась: как и в потоке без горения присутствуют прецессирующее ядро и вторичная спираль. Так как процедуры осреднения и дивергенции коммутируют, то, как распределения POD мод, так и низкоразмерная реконструкция должны удовлетворять уравнению неразрывности в случае несжимаемой среды. Справа на рис. 12 показана изоповерхность существенных положительных значений дивергенции реконструированной скорости, вызванная неоднородностью плотностью среды по пространству. Фактически существенные положительные значения вызваны расширением газа в процессе горения. Можно видеть, что эта область статистически коррелирована с вторичным спиральным вихрем, что говорит в пользу выводов, сделанных в работе [32]: Для данного сильнозакрученного пламени богатой смеси вторичный вихрь обуславливает необходимый для горения процесс массопереноса перед фронтом пламени. А значит, оказав влияние на интенсивность и форму внешнего вихря можно влиять на интенсивность горения в области основания пламени, что и было показано в работе [32].

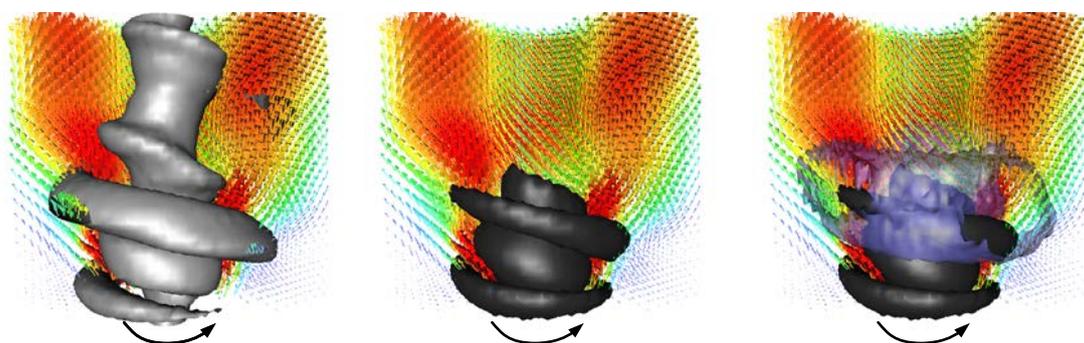


Рис. 12. Низкоразмерная реконструкция (фазовое осреднение) прецессирующего вихревого ядра и вторичного спирального вихря в сильнозакрученной струе с распадом вихря (исходные данные работы [32]). (Слева) λ_2 критерий, (в середине и справа) модуль азимутальной компоненты ротора. Справа показана изоповерхность существенных положительных значений дивергенции реконструированной скорости.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе рассмотрены фундаментальные особенности эффективности методики PIV для определения градиента поля скорости в турбулентных течениях и приведены эффективные методы определения когерентных вихревых структур таких потоках. Показано, что выбор оптимальной дифференциальной схемы для расчета пространственных производных должен быть обусловлен минимальным усилением шума и полосой пропускания равной полосе пропускания кросскорреляционного оператора PIV метода. Поэтому основными направлениями дальнейшего развития метода являются: увеличение пространственного разрешения, развитие алгоритмов расчета трехмерных полей скорости (volumetric PIV) и улучшение подходов для повышения точности измерений при высоком временном разрешении (time-resolved PIV). Несомненно, что развитие PIV в сторону измерения трехмерных полей скорости с высоким временным разрешением [9] и анализ данных с использованием современных алгоритмов позволит существенно продвинуться в понимании явлений в сложных для численного моделирования турбулентных течениях. В частности, в этом классе существенную часть занимают потоки с процессом турбулентного горения, основным источником энергии в современном мире.

БЛАГОДАРНОСТИ

Авторы благодарны коллегам из лаб. 7.4 ИТ СО РАН за предоставленные материалы и полезные комментарии к статье, а также РФФИ за финансирование исследований в данном направлении (гранты №№ 11-08-00985, 11-08-01063, 12-08-33149, 13-08-01356).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1 Hof B., Westerweel J., Schneider T.M., Eckhardt B. Finite lifetime of turbulence in shear flows. // Nature. 2006. Vol. 443, P. 59-62
- 2 Gad-el-Hak M. Flow control: passive, active, and reactive flow management. Cambridge University Press. 2000.
- 3 Townsend A.A. The Structure of Turbulent Shear Flow. Cambridge University Press. 1956.
- 4 Holmes P., Lumley J.L., Berkooz G. Turbulence, coherent structures, dynamical systems and symmetry. Cambridge University Press. 1996
- 5 Гиневский А.С., Власов Е.В., Каравосов Р.К. Акустическое управление турбулентными струями. М: Физматлит. 2001
- 6 Грек Г.Р., Козлов В.В., Литвиненко Ю.А. Устойчивость дозвуковых струйных течений: учеб. пособие. Новосибирск: Изд-во НГУ. 2012.
- 7 Schmid P.J. Dynamic mode decomposition of numerical and experimental data. // J. Fluid Mech. 2010. Vol. 656. P. 5-28
- 8 Mezić I., Loire S., Fonoberov V.A., Hogan P. A new mixing diagnostic and gulf oil spill movement. // Science. 2010. Vol. 330. P. 486-489
- 9 Scarano F. Tomographic PIV: principles and practice. // Meas. Sci. Technol. 2013. Vol. 24. 012001. 28 pp.
- 10 Schenck T., Jovanovic J. Measurement of the instantaneous velocity gradients in plane and axisymmetric turbulent wake flows. // J. Fluids Eng. (ASME). 2002. Vol. 124, P. 143-153
- 11 Zhu Y., Antonia R.A. The spatial resolution of hot-wire arrays for the measurement of small-scale turbulence. // Meas. Sci. Technol. 1996. Vol. 7. P. 1349-1359
- 12 Piirto M., Saarenrinne P., Eloranta H., Karvinen R. Measuring turbulence energy with PIV in a backward-facing step flow. // Exp. Fluids. 2003. Vol. 35. P. 219-236
- 13 Alekseenko S.V., Bilsky A.V., Dulin V.M., Markovich D.M. Experimental study of an impinging jet with different swirl rates. // Int. J. Heat and Fluid Flow. 2007. Vol. 28. P. 1340-1359

- 14 **Scarano F.** Iterative image deformation methods in PIV. // *Meas. Sci. Technol.* 2002. Vol. 13. R1–R19
- 15 **Токарев М.П., Маркович Д.М., Бильский А.В.** Адаптивные алгоритмы обработки изображений частиц для расчета мгновенных полей скорости. // *Выч. Тенхологии.* 2007. Т. 2. С. 1-23.
- 16 **Lavoie P., Avallone G., De Gregorio F., Romano G.P., Antonia R.A.** Spatial resolution of PIV for the measurement of turbulence. // *Exp. Fluids.* 2007. Vol. 43. P. 39-51.
- 17 **Pope S.B.** *Turbulent Flows.* Cambridge: Cambridge University Press. 2000
- 18 **Raffel M., Willert C., Kompenhans J., Werely S.** *Particle image velocimetry. A Practical Guide.* Second Edition, Springer: Berlin. 2007.
- 19 **Foucaut J.M., Stanislas M.** Some considerations on the accuracy and frequency response of some derivative filters applied to particle image velocimetry vector fields. // *Meas. Sci. Technol.* 2002. Vol. 13. P. 1058-1071
- 20 **Tanaka T., Eaton J.K.** A correction method for measuring turbulence kinetic energy dissipation rate by PIV validated by random Oseen vortices synthetic image test. // *Exp. Fluids.* 2007. Vol. 42. P. 893-902
- 21 **Adrian R.J., Christensen K.T., Liu Z.-C.,** Analysis and interpretation of instantaneous turbulent velocity fields. // *Exp. Fluids.* 2000. Vol. 29. P. 275-290.
- 22 **Jeong J., Hussain F.,** On the identification of a vortex. // *J. Fluid. Mech.* 1995. Vol. 285. P. 69-94
- 23 **van Oudheusden B.W.,** PIV-based pressure measurement. // *Meas. Sci. Technol.* 2013. Vol. 24. 032001
- 24 **Chakraborty P., Balachandar S., Adrian R.J.,** On the relationships between local vortex identification schemes. // *J. Fluid Mech.* 2005. Vol. 535. P. 189–214
- 25 **Chong M.S., Perry A.E., Cantwell B.J.,** A general classification of three-dimensional flow fields. // *Phys. Fluids A.* 1990. Vol. 2. P. 765-777
- 26 **Zhou J., Adrian R.J., Balachandar S., Kendall T.M.,** Mechanisms for generating coherent packets of hairpin vortices in channel flow // *J. Fluid Mech.* 1999. Vol. 387. P. 353-396.
- 27 **Collaborative testing of eddy structure identification methods in free turbulent shear flows** // J.P. Bonnet, J. Delville, M.N. Glauser et al. *Exp. Fluids.* 1998. Vol. 25. P. 197-225.
- 28 **Sirovich L.** Turbulence and the dynamics of coherent structures, Part I: Coherent structures // *Q. Appl. Math.* 1987. Vol. XLV. P. 561–571
- 29 **Голуб Дж., Ван Лоун Ч.** Матричные вычисления. М.: Мир. 1999
- 30 **Schmid P.J., Violato D., Scarano F.,** Decomposition of time-resolved tomographic PIV // *Exp. Fluids.* 2012. DOI 10.1007/s00348-012-1266-8
- 31 **Alekseenko S.V., Dulin V.M., Kozorezov Yu.S., Markovich D.M.** Effect of axisymmetric forcing on structure of a swirling turbulent jet. // *Int. J. Heat Fluid Flow.* 2008. Vol. 29. P. 1699-1715.
- 32 **Alekseenko S.V., Dulin V.M., Kozorezov Yu.S., Markovich D.M.,** Effect of high-amplitude forcing on turbulent combustion intensity and vortex core precession in a strongly swirling lifted propane/air flame // *Combust. Sci. Technol.* 2012. Vol. 184. P. 1862–1890.
- 33 **Flow structure of swirling turbulent propane flames** // S.V. Alekseenko, V.M. Dulin, Yu.S. Kozorezov et al. *Flow. Turbul. Combust.* 2011. Vol. 87. P. 569–595.
- 34 **Cetegen B.M., Dong Y.,** Experiments on the instability modes of buoyant diffusion flames and effects of ambient atmosphere on the instabilities. // *Exp. Fluids.* 2000. Vol. 28. P. 546–558.
- 35 **Абдуракипов С.С., Дулин В.М., Маркович Д.М., Ханьялич К.,** Определение мод неустойчивости в газовом факеле // *Письма в ЖТФ.* 2013. Т. 39. С. 79-86.
- 36 **Three-dimensional coherent structures in a swirling jet undergoing vortex breakdown: stability analysis and empirical mode construction** // K. Oberleithner, M. Sieber, C.N. Nayeri, et al. *J. Fluid Mech.* 2011. Vol. 679. P. 383–414.

V.M. Dulin^{1,2}, D.M. Markovich^{1,2}

¹ Novosibirsk State University, Russia,
630090, Novosibirsk, 2 Pirogova street,

² Kutateladze Institute of Thermophysics, Russia,
630090, Novosibirsk, 1 Lavrentyev avenue, E-mail: dmark@itp.nsc.ru

DIAGNOSTICS OF VORTEX STRUCTURES IN TURBULENT FLOWS BY PIV

The paper is devoted to description of efficiency of particle image velocimetry (PIV) to resolve large-scale vortices in turbulent shear flows. Principles of PIV estimation of velocity gradient in a turbulent flow and methods to extract large-scale vortices are presented. Several examples of results for a round submerged jet, including cases with swirl and combustion, are discussed.

PIV, LARGE-SCALE VORTEX STRUCTURES, POD, DMD