

**Одиннадцатая Международная научно-техническая конференция  
«Оптические методы исследования потоков»  
Москва, 27 — 30 июня 2011 г.**

УДК 621.391.161 + 621.317.36 + 535.6

В.С. Соболев, Ф.А. Журавель

*Учреждение Российской академии наук  
Институт автоматики и электрометрии Сибирского отделения РАН  
630090, г. Новосибирск, просп. Академика Коптюга, 1, E-mail: sobolev@iae.nsk.su*

**СРАВНЕНИЕ ДВУХ АЛГОРИТМОВ ОЦЕНОК ЦЕНТРАЛЬНОЙ ЧАСТОТЫ  
УЗКОПОЛОСНОГО НОРМАЛЬНОГО СЛУЧАЙНОГО ПРОЦЕССА С ГАУССОВЫМ  
СПЕКТРОМ**

*Выполнено сравнение двух алгоритмов оценок центральной частоты нормального случайного узкополосного процесса с гауссовым спектром. Первый основан на методе квазиоптимальных оценок, а второй реализуется путем осреднения оценок мгновенной частоты. Показано, что квазиоптимальный алгоритм не смещает оценку доплеровской частоты (скорости), дает достаточно точные оценки (0,12 %) и обладает высокой помехоустойчивостью, а второй также не смещает оценку, но дает существенно большие (на порядок) ошибки. Его применение возможно только с использованием узкополосной фильтрации самого сигнала либо его мгновенной частоты.*

**СЛУЧАЙНЫЕ ПРОЦЕССЫ, ЦЕНТРАЛЬНАЯ ЧАСТОТА СПЕКТРА УЗКОПОЛОСНОГО  
НОРМАЛЬНОГО СЛУЧАЙНОГО ПРОЦЕССА, ДОПЛЕРОВСКИЕ ИЗМЕРИТЕЛЬНЫЕ  
СИСТЕМЫ, МАКСИМАЛЬНО ПРАВДОПОДОБНЫЕ ОЦЕНКИ, МОДЕЛЬНЫЙ  
ЭКСПЕРИМЕНТ**

**ВВЕДЕНИЕ**

Проблема получения оптимальных по точности оценок параметров случайных процессов привлекает все большее внимание специалистов в области радиосвязи, радиолокации и измерительной техники [1 – 5]. Особенный интерес представляют задачи оценки центральной частоты узкополосных сигналов, получаемых в устройствах лазерной доплеровской анемометрии (ЛДА), при лазерном зондировании атмосферы и в лазерной локации. [5 – 9]. В частности, выходным сигналом ЛДА является узкополосный нормальный случайный процесс, центральная частота спектра (ЦЧС) которого однозначно соответствует значению измеряемой скорости. Основной задачей систем обработки подобных сигналов является получение оптимальной (в смысле точности) оценки ЦЧС.

Идеальным решением поставленной задачи явились бы алгоритмы максимально правдоподобных оценок доплеровской частоты. Литературные источники по этой проблеме предлагают готовые решения для получения оценок центральной частоты только для случая, когда анализируемый сигнал имеет спектральную плотность в виде дробно-рациональной функции [10 – 12]. В частности в [11] (формула 4.3.28) путь получения максимально правдоподобной оценки центральной частоты связан с максимизацией следующего функционала

$$M(\omega) = \int_0^T K_1(\tau) \cdot K_2(\tau) d\tau \quad (1)$$

где  $K_1(\tau)$  – корреляционная функция сигнала, оцениваемая по полученной его реализации, а  $K_2(\tau)$  – весовая функция, вычисленная как обратный Фурье образ известной априори дробно-рациональной функции, описывающей форму спектральной плотности сигнала (см. [11], формулы 4.3.15 и 4.3.19).

Проанализировав этот путь, мы по аналогии пришли к подобному алгоритму квазиоптимальной оценки ЦЧС, отличающемуся только тем, что в качестве весовой функции (независимо от того будет ли спектр сигнала иметь форму – дробно-рациональной функции или нет) используется известная форма корреляционной функции получаемого сигнала  $K_0(\omega, \tau)$ , то есть оптимальная оценка ЦЧС определяется по максимуму нижеследующего интеграла

$$\hat{\omega} \text{ соотв. } \max \int_0^T K_1(\omega_d, \tau) \cdot K_0(\omega, \tau) d\tau, \quad (2)$$

где  $K_1(\omega_d, \tau)$  - это по-прежнему корреляционная функция полученного сигнала.

Доклад посвящен анализу алгоритма (2) при гауссовой форме спектра доплеровских сигналов и сравнению точности получаемых оценок центральной частоты (скорости) с точностью оценок, получаемых путем осреднения значений мгновенной частоты за тот же интервал времени.

## **ПРОЦЕДУРА ПОЛУЧЕНИЯ КВАЗИОПТИМАЛЬНЫХ ОЦЕНОК ЦЕНТРАЛЬНОЙ ЧАСТОТЫ**

Эта процедура сводится к следующему: по зарегистрированной реализации высокочастотной части доплеровского сигнала выбранной длины строится ее автокорреляционная функция  $K_1(\omega_d, \tau)$ , затем, исходя из известной априори формы, вычисляется корреляционная функция  $K_0(\omega, \tau)$  для заданной частоты из выбранного диапазона возможных значений доплеровской частоты. Далее вычисляется интеграл (2). Эта процедура повторяется до тех пор, пока не будет получен максимум этого интеграла. Значение частоты, соответствующее максимуму, принимается в качестве оптимальной оценки центральной частоты спектра доплеровского сигнала, которое, как известно [7], будет отвечать оптимальной оценке измеряемой скорости.

Для определения точностных характеристик этого алгоритма был выполнен комплекс модельных компьютерных экспериментов, началом которых было построение адекватной модели узкополосного нормального случайного сигнала. Известно [6, 7], что такой моделью может служить доплеровский сигнал, искомым параметром которого является центральная частота его спектральной плотности.

Чтобы охватить наиболее распространенные конструкции лазерных доплеровских анемометров (ЛДА), были заданы три наиболее часто встречающихся значения числа реальных интерференционных полос в измерительном объеме ЛДА, построенного по дифференциальной схеме (или виртуальных в схеме с опорным пучком): 12,5; 25 и 50 полос. Эти значения, как известно [6, 7], являются основными параметрами данной доплеровской системы. При известных длине волны лазера, значении угла между зондирующими пучками и радиусами этих пучков они определяют пространственное разрешение доплеровской системы и ее потенциальную точность.

Затем было задано значение доплеровской частоты, равное 1. Под этим числом можно понимать 1 Гц, или 1 МГц, или любое другое число при соответствующем масштабировании. Так как целью модельного эксперимента предполагается определение значения

относительных среднеквадратичных отклонений оценок доплеровской частоты по отношению к ее истинной величине, то абсолютное значение задаваемой частоты не имеет существенного значения.

Далее были заданы следующие значения длительности измерений (длительности реализаций доплеровского сигнала, на основе которых предполагается производить оценку центральной частоты). Эти времена выбраны в виде чисел периодов доплеровского сигнала, соответственно равных 100, 500, 2500, 5000 и 25000.

Была задана также концентрация рассеивающих частиц в виде среднего значения их числа в измерительном объеме ЛДА. Это число составило 10 частиц. Отметим, что, начиная с некоторой концентрации вблизи числа 10 и более доплеровский сигнал можно считать нормальным узкополосным процессом, статистические характеристики которого на небольшом (по сравнению с периодом изменения скорости) интервале времени практически не изменяются [7], поэтому число 10 отвечает реальным условиям применения доплеровских систем.

Первая стадия эксперимента состояла в том, что на основании заданных выше величин строилась модель полезной высокочастотной части доплеровского сигнала. В целях упрощения вычислений был выбран простейший ее вариант, соответствующий дифференциальной схеме ЛДА с большой апертурой фотоприемника. Известно [5 – 7], что в этом случае можно ограничиться учетом только, так называемой, некогерентной части доплеровского сигнала, а когерентной пренебречь. Это тем более допустимо, что как первая, так и вторая (с учетом когерентной составляющей) модели при большом числе рассеивающих частиц в измерительном объеме ЛДА допускают аппроксимацию нормальным случайным процессом, для которого и выведено соотношение (1). Опять же в целях упрощения, модель строилась в предположении, что все рассеивающие частицы имеют точечные размеры, движутся с одной и той же скоростью и проходят через центр измерительного объема. С учетом сказанного, принятая модель приобретает вид

$$u(t) = \sum_{i=1}^N u_i \exp[-(\xi\omega_d(t-t_i))^2] \cos[\omega_d(t-t_i)], \quad (3)$$

где  $u_i$  - амплитуда сигнала от одной рассеивающей частицы,  $\omega_d$  - доплеровская частота,  $\xi$  - известный параметр оптической схемы ЛДА, определяемый числом полос в измерительном объеме,  $i$  - номер частицы,  $N$  - общее число частиц, прошедших через измерительный объем. Максимальная длина моделируемой реализации составила 25000 периодов доплеровской частоты.

На втором этапе модельного эксперимента из данной реализации выбирались отрезки длиной 100 (а затем 500, 2500, 5000 и 25000) периодов, и по программе (MatLab, xcorr) вычислялась корреляционная функция сигнала на этом отрезке. Затем вычислялась идеальная корреляционная функция доплеровского сигнала для задаваемого (из выбранного априори диапазона) значения доплеровской частоты. Для ЛДА с гауссовыми пучками эта формула известна [6] и имеет вид

$$K_0(\tau) = \sigma^2 \exp[-0.5(\xi\omega\tau)^2] \cos(\omega\tau) \quad (4)$$

Здесь  $\sigma^2$  – дисперсия сигнала. В данном случае она, была выбрана равной 1, так как ее значение при вычислении максимума функционала (2) на результат не влияет.

Далее на основе полученных реализаций корреляционных функций вычислялся интеграл (2) и находился его максимум. Эта операция выполнялась путем перебора частот, являющихся аргументом идеальной корреляционной функции (4). Диапазон изменения этих частот составил 0,9 – 1,1 с дискретностью квантования по частоте 1/1000. Значения частоты,

соответствующие этому максимуму, как указывалось ранее, принимались в качестве оптимальной оценки доплеровской частоты.

Затем, чтобы исследовать статистику полученных оценок, проводилось 1000 подобных экспериментов, и на основе этих данных вычислялись выборочные мат. ожидания  $m$ , дисперсия  $\sigma^2$  оценки и относительное среднеквадратичное отклонение  $\sigma$ . Результаты всех экспериментов сведены в таблицу 1.

Табл. 1. Выборочные математические ожидания и среднеквадратичные отклонения оценки центральной частоты для заданных длительностей реализаций доплеровского сигнала и числа интерференционных полос в измерительном объеме ЛДА.

| d=100  |          | d=500  |          | d=2500 |          | d=5000 |          | d=25000 |          |
|--------|----------|--------|----------|--------|----------|--------|----------|---------|----------|
| m      | $\sigma$ | m      | $\sigma$ | m      | $\sigma$ | m      | $\sigma$ | m       | $\sigma$ |
| n=12,5 |          |        |          |        |          |        |          |         |          |
| 0,9960 | 0,0119   | 0,9960 | 0,0055   | 0,9961 | 0,0024   | 0,9962 | 0,0018   | 0,9962  | 0,0008   |
| n=25   |          |        |          |        |          |        |          |         |          |
| 0,9987 | 0,0085   | 0,9991 | 0,0038   | 0,9990 | 0,0017   | 0,9990 | 0,0012   | 0,9991  | 0,0007   |
| n=50   |          |        |          |        |          |        |          |         |          |
| 0,9986 | 0,0054   | 0,9998 | 0,0027   | 0,9998 | 0,0013   | 0,9998 | 0,0009   | 0,9998  | 0,0005   |

Здесь  $d$  – длина выборочной реализации в числе доплеровских периодов,  $n$  – число интерференционных полос в измерительном объеме.

Для иллюстрации проведенных действий на рис. 1 представлены: а) реализация смоделированного доплеровского сигнала длиной 100 доплеровских периодов и б) вычисленная корреляционная функция этого сигнала. Масштаб по оси времени составляет 0,1 доплеровского периода.

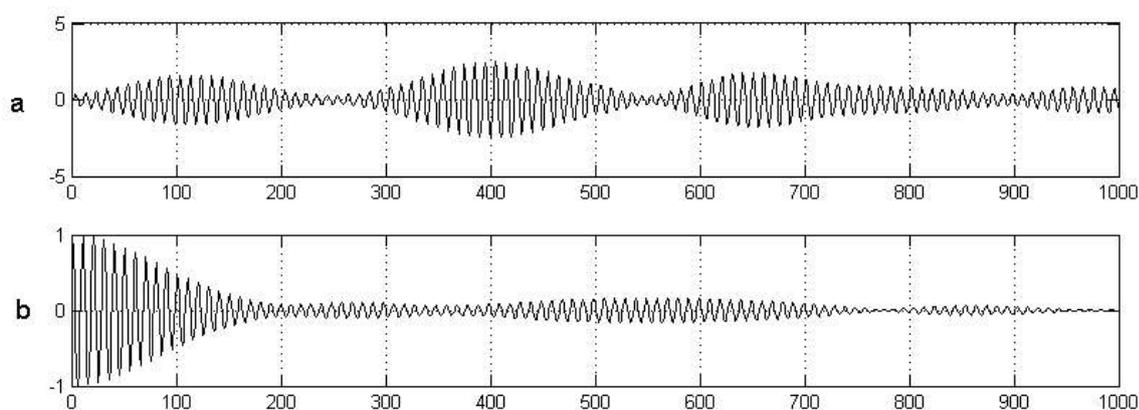


Рис. 1. Реализация доплеровского сигнала и его автокорреляционная функция

Анализ данных таблицы 1 показывает, что математическое ожидание полученных оценок частоты, особенно при больших временах оценивания и большом числе интерференционных полос, отличается от истинного значения лишь в четвертом знаке. На этом основании можно сделать вывод о том, что предложенный алгоритм оценку доплеровской частоты не смещает. Зависимость среднеквадратичных отклонений оценок, как функция длины реализации, показывает, что с ростом длительности измерений (анализа) величины этих отклонений обратно пропорциональны корню квадратному из длительности. Соответствующие кривые представлены на рис. 2, где по оси абсцисс отложена длительность реализации сигнала в числе  $d$  доплеровских периодов, а по оси ординат среднеквадратичное отклонение оценок частоты от ее истинного значения.

На основе полученных данных можно определить быстродействие (полосу пропускания) предложенного алгоритма при заданной погрешности или погрешность

измерения при заданном быстродействии (длительности измерений). Покажем это для случая, когда задается длительность измерений в числе доплеровских периодов  $d$  при заданном значении доплеровской частоты  $f_D$ . Длительность измерений  $T$  в этом случае в секундах будет равна

$$T = d/f_D \quad (5)$$

Частота получаемых отсчетов доплеровской частоты (скорости)  $F_0 = 1/T$ . Тогда, в соответствии с теоремой Котельникова, наивысшая частота флуктуаций в спектре оцениваемой доплеровской частоты (скорости) может быть определена как

$$F = f_D/2d \quad (6)$$

Так, например, если доплеровская частота равна 2 МГц, то при времени измерений, составляющем 100 доплеровских периодов, наивысшая частота флуктуаций скорости, которую без искажений можно восстановить на основании результатов, полученных с помощью предложенного алгоритма, составит 10 кГц. Относительная среднеквадратичная ошибка при этом, как следует из табл. 1, будет равна 0,5%. Соответственно, при длине реализации 250, 500, 2500 и 5000 наивысшие частоты соответственно составят 4 кГц, 2 кГц, 400 Гц и 200 Гц при среднеквадратичных ошибках, которые можно найти в табл. 1.

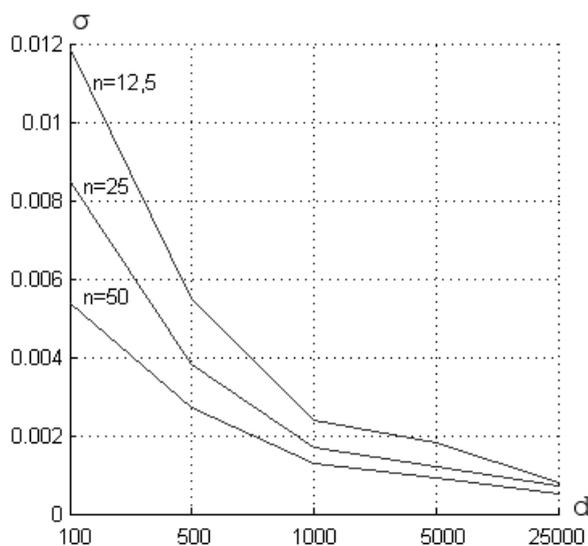


Рис. 2. Зависимость среднеквадратичных погрешностей оценки центральной частоты от длины реализации сигнала и числа интерференционных полос в измерительном объеме ЛДА.

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОГРЕШНОСТЕЙ ПРЕДЛОЖЕННОГО АЛГОРИТМА, ОБУСЛОВЛЕННЫХ ПРИСУТВИЕМ ШУМА

Предварительные исследования показали, что для выбранной модели доплеровского сигнала предложенный алгоритм обладает высокой помехоустойчивостью. Чтобы подтвердить это его свойство количественно, был выполнен второй цикл компьютерных экспериментов. Для этого к полученной реализации доплеровского сигнала аддитивно добавлялся нормальный белый шум заданной мощности (MatLab, функция awgn). Отношения мощностей сигнала/шума задавались как 0, -10 и -30 дБ: Далее, для каждого из отношений была выполнена та же, что и ранее, программа экспериментов. Результаты для случая, когда в измерительном объеме сформировано 25 интерференционных полос, представлены в таблице 2.

Табл. 2. Выборочные математические ожидания и среднеквадратичные отклонения оценки центральной частоты для заданных длительностей реализаций доплеровского сигнала и числа интерференционных полос в измерительном объеме ЛДА.

| d=100                        |          | d=500  |          | d=2500 |          | d=5000 |          | d=25000 |          |
|------------------------------|----------|--------|----------|--------|----------|--------|----------|---------|----------|
| m                            | $\sigma$ | m      | $\sigma$ | m      | $\sigma$ | m      | $\sigma$ | m       | $\sigma$ |
| дБ= 0                        |          |        |          |        |          |        |          |         |          |
| 0,9987                       | 0,0084   | 0,9990 | 0,0039   | 0,9989 | 0,0018   | 0,9990 | 0,0013   | 0,9990  | 0,0006   |
| дБ= -10 отношение сигнал-шум |          |        |          |        |          |        |          |         |          |
| 0,9986                       | 0,0094   | 0,9987 | 0,0043   | 0,9989 | 0,0020   | 0,9990 | 0,0014   |         |          |
| дБ= -30                      |          |        |          |        |          |        |          |         |          |
| 0,9814                       | 0,0603   | 0,9696 | 0,0555   | 0,9505 | 0,0445   | 0,9475 | 0,0445   |         |          |

Результаты выполненных вычислений представлены на рис. 3: а) – белый нормальный шум, мощность которого равна мощности сигнала; б) – доплеровский сигнал, к которому добавлен указаний шум; и с) – корреляционная функция этого зашумленного сигнала.

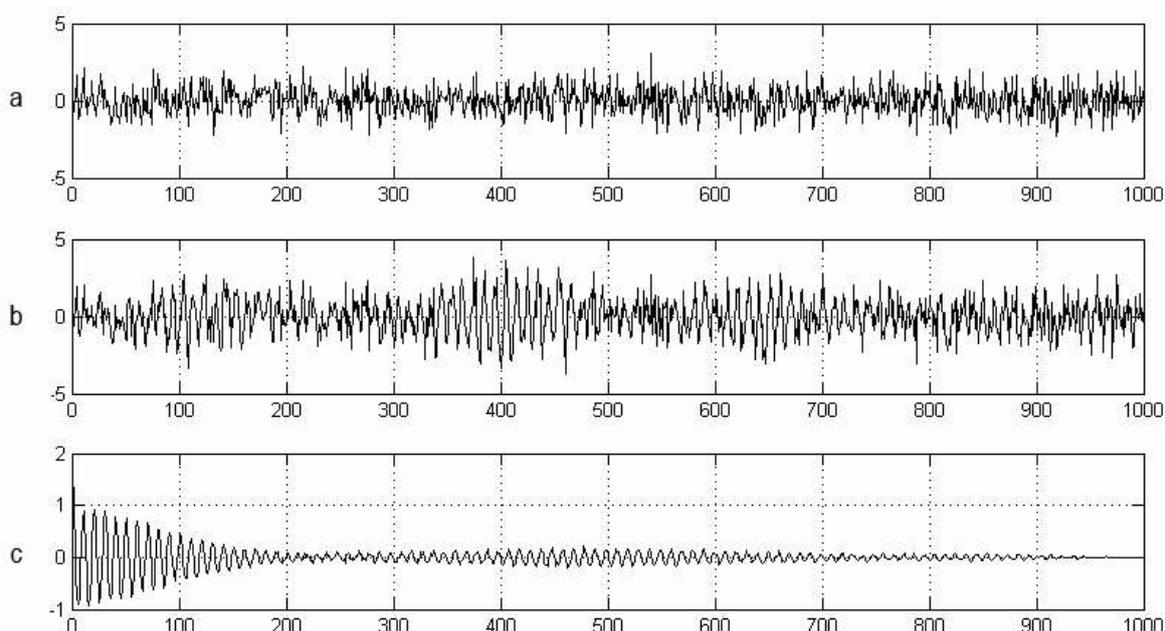


Рис. 3. Реализации шума, суммы сигнала и шума и корреляционная функция этой суммы. По оси абсцисс отложено число доплеровских периодов.

Зависимость среднеквадратичных отклонений оценки, как функции длины реализации для различных отношений сигнал/шум, когда в измерительном объеме присутствует 25 интерференционных полос, представлена на рис. 4.

Анализ данных таблицы 2 показывает, что при снижении отношения сигнал/шум, даже до 0,1, среднеквадратичное отклонение оценки частоты по отношению к отклонениям в отсутствии шума практически не изменяется. Только, когда отношение сигнал/шум составляет 0,001, тогда среднеквадратичная ошибка оценки частоты увеличивается примерно на порядок, но и при этом составляет всего 6% даже при короткой длине реализации в 100 доплеровских периодов.

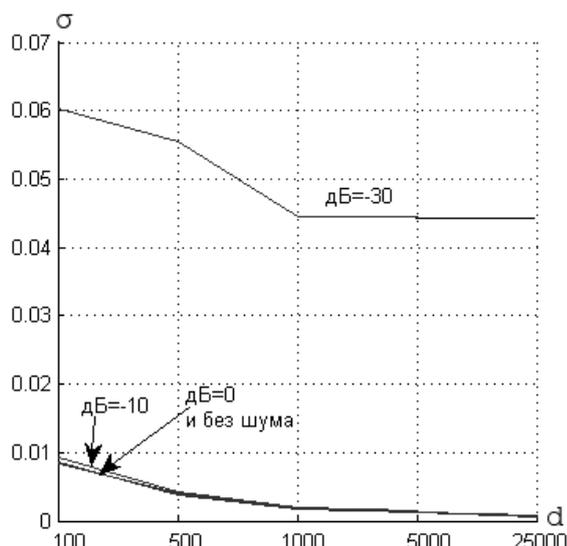


Рис. 4. Зависимость среднеквадратичных погрешностей оценки центральной частоты от длины реализации сигнала и отношения сигнал-шум для 25 интерференционных полос в измерительном объеме ЛДА. По оси ординат отложено число доплеровских периодов. В дБ обозначено отношение сигнал-шум.

Анализ результатов моделирования квазиоптимального алгоритма получения оценок центральной частоты узкополосного нормального случайного процесса с гауссовым спектром, имитирующего (при выбранной модели сигнала) работу лазерных доплеровских измерительных систем, показал, что:

1. Квазиоптимальные оценки центральной частоты спектра не смещены.
2. Среднеквадратичное отклонение оценок в первом приближении обратно пропорционально времени измерения.
3. Для наиболее распространенного случая применения ЛДИС, когда в измерительном объеме создано 25 интерференционных полос, а время измерений составляет 5000 доплеровских периодов, среднеквадратичное отклонение оценок составляет 0,12%.
4. Предложенный алгоритм обладает высокой помехоустойчивостью: даже при отношении сигнал/шум, равном 0,1 и длительности измерений, составляющей 5000 доплеровских периодов, погрешность в оценке не отличается от случая, когда шум отсутствует и составляет всего 0,12%.

### **СРАВНЕНИЕ ЭФФЕКТИВНОСТИ КВАЗИОПТИМАЛЬНОГО АЛГОРИТМА С ЭФФЕКТИВНОСТЬЮ АЛГОРИТМА, ОСНОВАННОГО НА ОСРЕДНЕНИИ ЗНАЧЕНИЙ МГНОВЕННОЙ ЧАСТОТЫ**

Известно [1], что математическое ожидание мгновенной частоты узкополосного нормального случайного процесса равно центральной частоте его спектральной плотности. С учетом этого представляет интерес сравнение потенциальной точности исследованного выше алгоритма с точностью алгоритма, основанного на осреднении значений мгновенной частоты при одной и той же длине реализации сигнала.

Эта задача решена нами также методом компьютерного моделирования и также на примере доплеровского сигнала для случая, когда в измерительном объеме ЛДА сформировано 25 интерференционных полос при длине реализации сигнала в 500 доплеровских периодов.

Процедура моделирования состояла в следующем:

-на первом этапе, также как и ранее, строилась модель аналитического доплеровского сигнала с добавлением аддитивного нормального белого шума в отношениях по мощности: 20, 10, 0 дБ и в отсутствие шума. Период дискретизации сигнала составляет 0,01 от его периода.

Во избежание трудностей, связанных с падением амплитуды сигнала до нуля и сингулярностью поведения его мгновенной частоты, производилась фильтрация модели сигнала с помощью Гауссова фильтра при полосах пропускания, равных двум значениям ширины спектра сигнала, одному, половине, двум и одной десятым. Кроме того, вводился порог по значениям мгновенной частоты: если ее значения превышали полтора значения ширины спектра, то им присваивались именно эти значения.

Затем по алгоритму

$$\omega(t) = \frac{[U(t)V'(t) - V(t)U'(t)]}{U^2(t) + V^2(t)}$$

вычислялась реализация мгновенной частоты, где  $U(t), V(t), U'(t), V'(t)$  – квадратурные компоненты доплеровского сигнала и их производные по времени.

Далее для каждой величины отношения сигнал/шум и для каждой полосы пропускания фильтра определялось значение выборочного среднего и выборочной дисперсии мгновенной частоты. Эта операция производилась путем осреднения результатов по пяти тысячам модельных экспериментов. Полученные данные сведены в таблицу 3 и представлены на рис. 5.

Табл. 3. Выборочные средние значения оценок центральной частоты и их среднеквадратичные отклонения. Графа «квази» представляет результаты квазиоптимальных оценок.

| Отношение<br>полосы<br>пропускания<br>фильтра к<br>ширине спектра |              | Отношение мощностей сигнал/шум (дБ) |        |        |        |
|---|--------------|-------------------------------------|--------|--------|--------|
|   |              | Без шума                            | 20     | 10     | 0      |
| 2   | m            | 0,9973                              | 0,9995 | 0,9987 | 0,9957 |
|   | $\sigma$ (%) | 3,51                                | 4,16   | 6,05   | 13,25  |
| 1   | m            | 0,9993                              | 0,9995 | 0,9994 | 0,9978 |
|   | $\sigma$ (%) | 2,72                                | 2,94   | 4,19   | 8,98   |
| 0,5   | m            | 0,9994                              | 0,9995 | 0,9993 | 0,9985 |
|   | $\sigma$ (%) | 1,73                                | 1,93   | 2,95   | 6,72   |
| 0,2   | m            | 0,9993                              | 0,9993 | 0,9993 | 0,9985 |
|   | $\sigma$ (%) | 0,80                                | 1,09   | 2,16   | 4,9    |
| 0,1   | m            | 0,9994                              | 0,9995 | 0,9993 | 0,9988 |
|   | $\sigma$ (%) | 0,47                                | 0,80   | 1,77   | 3,53   |
| "квази"   | m            | 0,9991                              | -      | -      | 0,9991 |
|   | $\sigma$ (%) | 0,38                                | -      | -      | 0,38   |

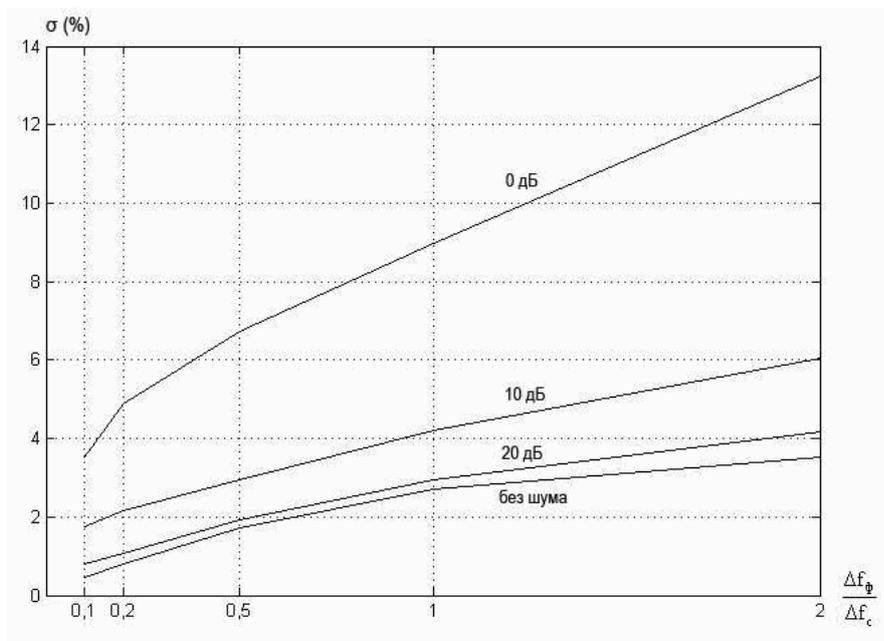


Рис. 5. Зависимость среднеквадратичных погрешностей оценки центральной частоты от отношения полосы пропускания фильтра к ширине спектра для различных отношений сигнал - шум при 25 интерференционных полосах в измерительном объеме ЛДА.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ:

- В отсутствие шума и фильтра оценки значения центральной частоты, полученные путем осреднения мгновенной частоты исследуемого узкополосного процесса, практически совпадают со средними значениями частоты, полученными с помощью квазиоптимального алгоритма, но среднеквадратичные отклонения (СКО) отличаются более чем на порядок: СКО квазиоптимальной оценки составляет 0,38%, а СКО оценки по мгновенной частоте - 3,8%.

- Присутствие даже небольшого шума при использовании метода осреднения мгновенной частоты, например, со значением отношения сигнал – шум по мощности 10 дБ, дает уже значение среднеквадратической ошибки 6,05%, а при отношении 1/1 она увеличивается до 13,4%, что делает измерения практически бесполезными. Введение фильтра существенно снижает ошибку. Так, например, фильтр с полосой пропускания в 0,5 ширины спектра сигнала дает 1,73%.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Тихонов В.И.** Оптимальный прием сигналов. М.: Радио и связь, 1983. 320 с.
2. **Волосюк В.К., Кравченко В.Ф.** Статистическая теория радиотехнических систем дистанционного зондирования и радиолокации. М.: Физматлит, 2008. 703 с.
3. **Minkoff J.** Signal Processing Fundamentals and Applikations for Communication and Sensing Sistsms. Boston Artech Haus.2002. 370
4. **Соболев В.С.** К оценке частоты сигнала лазерного доплеровского анемометра // Автометрия. 2000. № 5. С. 108 – 114.
5. **Sobolev V.S., Feshenko A.A.** Accuracy Cramer-Rao Bounds for a Laser Doppler Anemometer // IEEE Transactions on Instrumentation and measurement. 2006.V. 55. № 4. С. 659 – 665.
6. **Василенко Ю.Г., Дубнищев Ю.Н., Коронкевич В.П., Соболев В.С., Столповский А.А., Уткин Е.Н.** Лазерные доплеровские измерители скорости. Новосибирск: НАУКА, 1975. 162 с.
7. **Коронкевич В.П., Соболев В.С., Дубнищев Ю.Н.** Лазерная интерферометрия.

Новосибирск: Наука, 1985. 214 с.

8. **Дубнищев Ю.Н.** Теория и преобразование сигналов в оптических системах.

Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2006. 275

9. **Frehlich R.G., Jadlovsy M.** Performance of mean – frequency estimators for Doppler radar and lidar // Journal of atmospheric and oceanic technology. 1994. V. 11. С. 1217 – 1230.

10. **Куликов Е.И.** Методы измерений случайных процессов. М.: Радио и Связь. 1986. С. 271.

11. **Куликов Е.И.** Вопросы оценок параметров сигналов при наличии помех, М., Советское Радио, 1969 г. 243.

12. **Куликов Е.И., Грифонов А.П.** Оценка параметров сигналов на фоне помех. М.: Советское Радио. 1978. 295 с.

V.S. Sobolev, F.A. Zhuravel'

*Institute of Automation and Electrometry, Russian Academy of Sciences, Siberian Branch, Russia, 630090, Novosibirsk, Acad. Koptyug Ave., 1, E-mail: sobolev@iae.nsk.su*

### **COMPARISON OF TWO ALGORITHMS FOR EVALUATION OF CENTRAL FREQUENCY NARROWBAND NORMAL RANDOM PROCESS WITH GAUSSIAN SPECTRUM**

*A comparison of two algorithms of the central frequency estimations of the normal random narrowband process with Gaussian spectrum is performed. The first is based on the method of quasi-optimal evaluations, and the second is realized by averaging the instantaneous frequency estimates. It is shown that quasi-optimal algorithm does not shift the Doppler frequency estimate (i. e. speed estimate), gives a reasonably exact frequency estimates (0.12%) and has high noise immunity, while the second algorithm also does not shift the estimate, but gives much higher (at the order) errors. Its application is only possible with the use of narrowband filtering of the signal itself or its instantaneous frequency.*

**RANDOM PROCESSES, SPECTRUM CENTRAL FREQUENCY OF THE NORMAL RANDOM NARROWBAND PROCESS, DOPPLER MEASURING SYSTEMS, MAXIMUM LIKELIHOOD EVALUATION, MODEL EXPERIMENT**