

УДК 53.087.45:532.51

В.А. Арбузов^{1,2}, Ю.Н. Дубнищев^{1,2}

¹ Институт теплофизики СО РАН, Россия,
630090, Новосибирск, пр-т Акад. Лаврентьева, 1, E-mail: dubnistchev@itp.nsc.ru

² Новосибирский государственный технический университет, Россия
630092, Новосибирск, пр-т Карла Маркса, 20

МЕТОДЫ ГИЛЬБЕРТ–ОПТИКИ В ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ ГИДРО– И ГАЗОДИНАМИКЕ

Обсуждаются особенности применения методов гильберт–оптики в задачах экспериментальной гидро– и газодинамики.

ОПТИЧЕСКОЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ГИЛЬБЕРТА, ОПТИЧЕСКОЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ФУКО–ГИЛЬБЕРТА, ПОЛИХРОМАТИЧЕСКАЯ ФИЛЬТРАЦИЯ ГИЛЬБЕРТА И ФУКО–ГИЛЬБЕРТА

ВВЕДЕНИЕ

Методы оптической диагностики, основанные на гильберт–фильтрации оптических полей, возмущённых исследуемой средой, нашли плодотворное применение в экспериментальной гидро– и газодинамике. Наиболее часто используются фильтры, частным случаем которых является нож Фуко. Результатом фильтрации Фуко–Гильберта является суперпозиция исходного сигнала и его гильберт–образа с весовыми коэффициентами. Гильберт–преобразование оптического сигнала реализуется обычно фазовыми фильтрами различной конфигурации. Интенсивно развиваются в настоящее время методы изотропного преобразования Гильберта в оптике, которые являются весьма перспективными в диагностике различных сред. Полихроматическая гильберт–визуализация полей фазовой оптической плотности обеспечивает качественно новые возможности за счёт цветового контраста. В данном сообщении обсуждаются особенности применения методов гильберт–оптики в некоторых задачах экспериментальной гидро– и газодинамики.

ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ГИЛЬБЕРТА И ФУКО–ГИЛЬБЕРТА

Как известно, одномерное преобразование Гильберта в координатном пространстве описывается свёрткой сигнала $s(x)$ с функцией $\frac{1}{\pi x}$. В частотном пространстве оно соответствует произведению фурье–спектра сигнала на функцию $H(K_x) = -i \operatorname{sgn} K_x$:

$$\frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{s(\xi)}{x - \xi} \leftrightarrow s(K_x) (-i \operatorname{sgn} K_x).$$

Здесь K_x – x -компонента пространственной частоты, $\operatorname{sgn} K_x$ – знаковая функция, $\frac{1}{\pi x} \leftrightarrow -i \operatorname{sgn} K_x$. В оптике преобразование Гильберта легко реализуется методами фильтрации сигнала в частотной плоскости [1 – 3]. Функция $H(K_x)$ является когерентно–

передаточной функцией (КПФ) соответствующего фильтра. На рис. 1 показана упрощённая конфокальная схема, выполняющая гильберт–фильтрацию оптических сигналов в системах диагностики газовых или конденсированных сред.

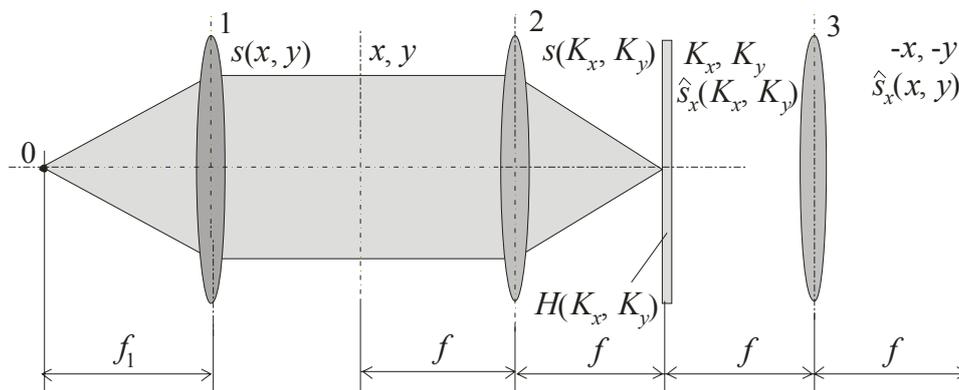


Рис. 1. Схема визуализатора полей оптической плотности

Источник 0 и коллиматорный объектив 1 формируют зондирующее поле, распространяющееся через исследуемую среду. Возмущённое оптическими неоднородностями среды пространственное распределение комплексных амплитуд светового поля $s(x, y)$ объективом 2 трансформируется в пространственно–частотный спектр $s(K_x, K_y)$, локализованный в фурье–плоскости K_x, K_y , являющейся плоскостью изображения освещающего источника 0. Здесь $K_x = \frac{k}{f}x_f$, $K_y = \frac{k}{f}y_f$, x_f и y_f – координаты частотной плоскости. В частотной плоскости помещается фильтр с соответствующей когерентно–передаточной функцией $H(K_x, K_y)$. Непосредственно за фильтром формируется фурье–спектр фильтрованного сигнала $s(K_x, K_y)H(K_x, K_y)$. Объектив 3 выполняет обратное фурье–преобразование и восстанавливает фильтрованный оптический сигнал.

Преобразование Гильберта в оптике имеет характер квазидифференцирования пространственного сигнала. Однако, в отличие от операции дифференцирования, преобразование Гильберта имеет нелокальный характер. Поведение гильберт–образа в окрестности любой точки зависит от светового сигнала на всём пространственном интервале его существования. Энергия сигнала при гильберт–преобразовании сохраняется. Это является важным преимуществом гильберт–фильтрации по сравнению с пространственным дифференцированием. При гильберт–преобразовании энергия оптического сигнала перераспределяется в соответствии с фазовыми градиентами и осуществляется визуализация полей фазовой оптической плотности исследуемой среды.

Пусть когерентно–передаточная функция (КПФ) фильтра описывается выражением

$$H(K_x, K_y) = e^{i\varphi} \sigma(K_x) + e^{-i\varphi} \sigma(-K_x), \quad (1)$$

где $\sigma(K_x)$ и $\sigma(-K_x)$ – функции включения: $\sigma(K_x) = \frac{1}{2}(1 + \text{sgn } K_x)$, $\sigma(-K_x) = \frac{1}{2}(1 - \text{sgn } K_x)$; K_x и K_y – пространственные частоты в фурье–плоскости объектива 2 (рис. 1). Тогда

$$H(K_x, K_y) = \cos \varphi + i \sin \varphi \text{sgn } K_x, \quad (2)$$

Из (2) следует, что в общем случае фильтр выполняет одномерное преобразование Фуко–Гильберта с весовыми коэффициентами $\cos \varphi$ и $-\sin \varphi$. В частных случаях, например, при

$\varphi = \pi/4$, результатом оптического преобразования Фуко–Гильберта является аналитический сигнал. Фазовый угол φ параметрически зависит от длины волны светового поля, падающего на фильтр, $\varphi = \varphi(\lambda)$. Если положить $\varphi = m \frac{\pi}{2} + \psi$, где $\psi < \frac{\pi}{2}$ и $m = 0, 1, 2, \dots$, в зависимости от чётности m , реализуются различные виды фильтрации:
при $m = 2\xi$

$$H(K_x, K_y) = (-1)^\xi [\cos \psi + i \sin \psi \operatorname{sgn} K_x]. \quad (3)$$

при $m = 2\xi + 1$

$$H(K_x, K_y) = (-1)^\xi [-\sin \psi + i \cos \psi \operatorname{sgn} K_x]. \quad (4)$$

Как видно из (3) и (4), выполняется фильтрация Фуко–Гильберта с соответствующими весовыми коэффициентами $\cos \psi$ и $\sin \psi$. Если $\psi = 0$, то при чётном m фильтруемый сигнал с точностью до знака не изменяется, а при m нечётном выполняется преобразование Гильберта с точностью до коэффициента $(-1)^{\xi+1}$. Для реализации двумерных преобразований Гильберта и Фуко–Гильберта могут применяться квадрантные фильтры, когерентно-передаточные функции которых соответственно определяются выражениями:

$$H(K_x, K_y) = -\operatorname{sgn} K_x \operatorname{sgn} K_y,$$

$$H(K_x, K_y) = \frac{1}{2}(1 + \operatorname{sgn} K_x \operatorname{sgn} K_y).$$

Такие преобразования не являются изотропными.

Изотропные преобразования Гильберта могут быть получены, например, с использованием фильтра, когерентная передаточная функция которого в полярной системе координат имеет вид [4, 5]

$$H(w\varphi) = e^{-i\varphi}, \quad (5)$$

где w – полярный радиус, φ – полярный угол.

Рис. 2 [6] иллюстрирует численное моделирование преобразования тестового изображения в виде круга с применением гильберт–фильтров с различной фазовой структурой. Слева показано распределение фазы сигнала, справа – интенсивность фильтрованного сигнала (после выполнения обратного фурье–преобразования). Как видно из рисунка, изотропность гильберт–преобразования получается с когерентно–передаточной функцией (5).

В работе [5] преобразование (5) для осесимметричного тестового объекта осуществлялось в реальном эксперименте с управляемым жидко-кристаллическим фильтром. Как показано в [2, 3], изотропное гильберт–преобразование произвольных сигналов сводится к преобразованию осесимметричных компонент разложения этого сигнала в ряд по полярным гармоникам, а восстановление фильтрованного сигнала в координатном пространстве – к обобщённому преобразованию Ганкеля соответствующих порядков. При этом для изотропного преобразования Гильберта могут использоваться фазовые и амплитудные фильтры с полярной несущей на различных угловых частотах. Изотропные преобразования Гильберта и Фуко–Гильберта могут реализовываться в схемах с кольцевым источником [2, 3]. Когерентно передаточная функция гильберт–фильтра в этом случае имеет вид

$$H_g(w) = -\text{sgn}(w - a), \quad (6)$$

где a – радиус изображения кольцевого источника в фурье–плоскости.

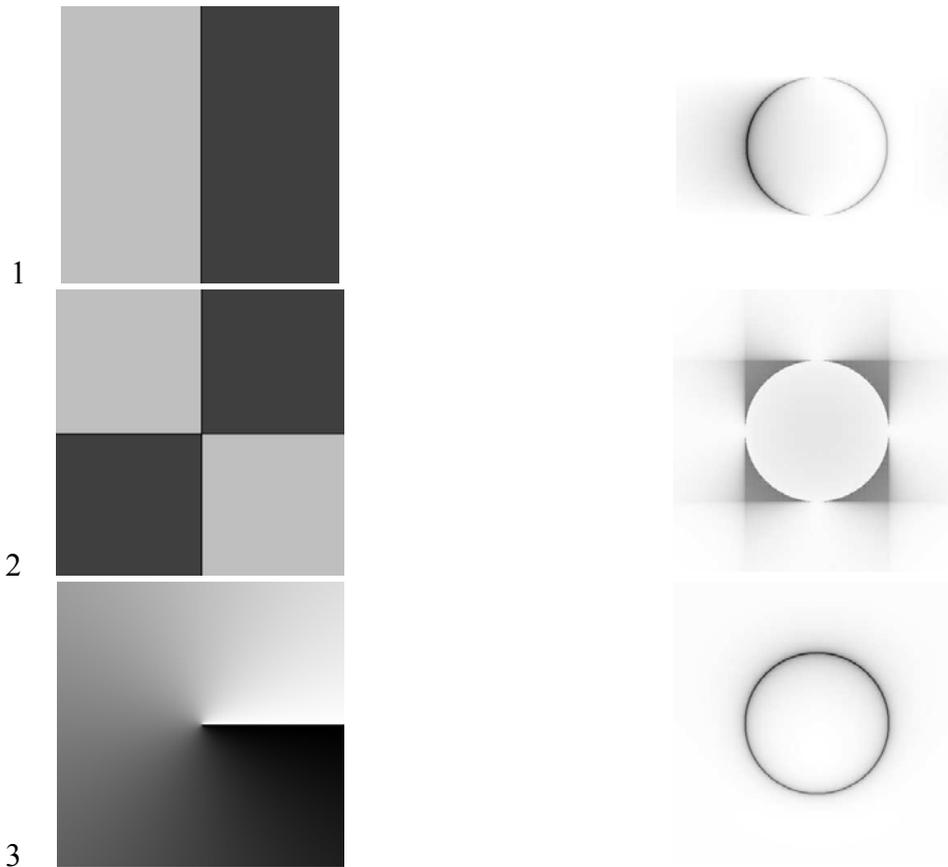


Рис. 2. Преобразование Гильберта тестового изображения [6]: 1 – одномерное; 2 – двумерное; 3 – частотное. Слева – фазовая структура фильтра, справа – восстановленное фильтрованное изображение

Когерентно передаточная функция фильтра, выполняющего изотропное преобразование Фуко–Гильберта в схеме с кольцевым источником, описывается выражением

$$H_{fg} = \frac{1}{2}[1 + \text{sgn}(w - a)]. \quad (7)$$

В схеме с кольцевым источником изотропная гильберт–фильтрация может осуществляться с применением фильтра на основе дифракционной решётки со сбоем, когерентно передаточная функция которого

$$H(w) = \frac{1}{2}[1 + \text{sgn}(w - a)\cos(r_0 w)], \quad (8)$$

где r_0 – пространственная частота дифракционной решётки. Применение методов изотропной фильтрации Гильберта и Фуко–Гильберта – перспективное направление развития систем оптической диагностики в экспериментальной гидро– и газодинамике.

При использовании источника белого света или полихроматического источника на различных длинах волн реализуется преобразование Гильберта или преобразование Фуко–Гильберта с различными весовыми коэффициентами. При этом повышается чувствительность за счёт цветового контраста и появляется возможность определения градиентов фазовой оптической плотности исследуемой среды в широком динамическом диапазоне.

Обратимся к квадрантному фазовому фильтру. В общем случае его когерентно передаточная функция описывается выражением

$$H(K_x, K_y) = [e^{i\varphi}\sigma(K_x) + e^{-i\varphi}\sigma(-K_x)]\sigma(K_y) + [e^{-i\varphi}\sigma(K_x) + e^{i\varphi}\sigma(-K_x)]\sigma(-K_y) = \cos\varphi + i\sin\varphi\operatorname{sgn}K_x\operatorname{sgn}K_y. \quad (9)$$

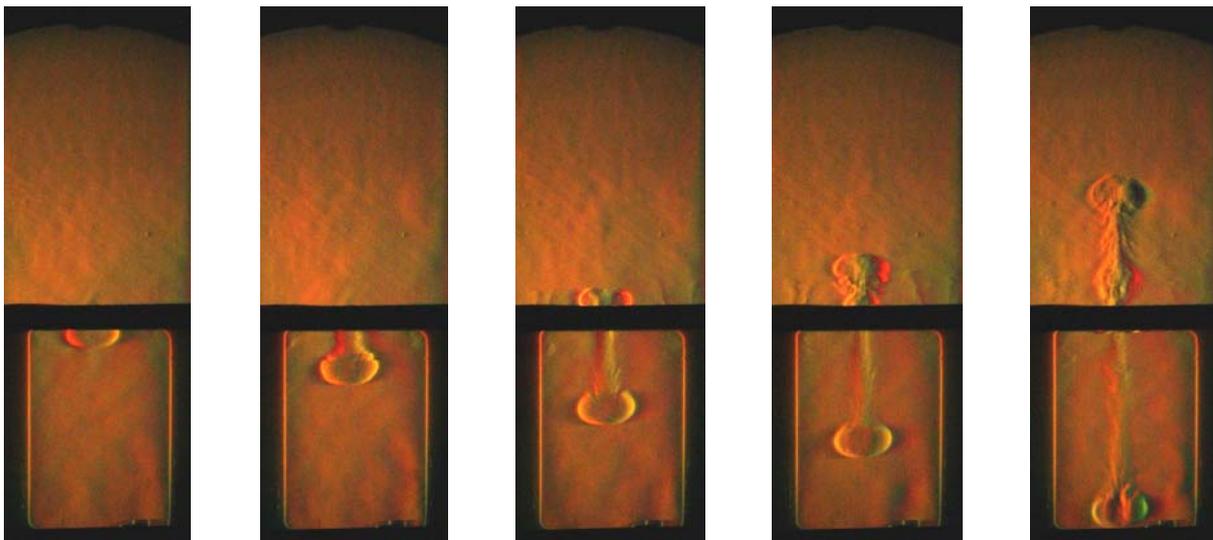
В случае точечного источника фильтр с КПФ (6) обеспечивает двумерную фильтрацию Фуко–Гильберта с весовыми коэффициентами $\cos\varphi$ и $\sin\varphi$ для исходного сигнала и его двумерного гильберт–образа. Весовые коэффициенты зависят от длины волны источника освещения.

Если выбрать линейный источник, изображение которого ориентировано по оси K_y , выражение для КПФ фильтра принимает вид

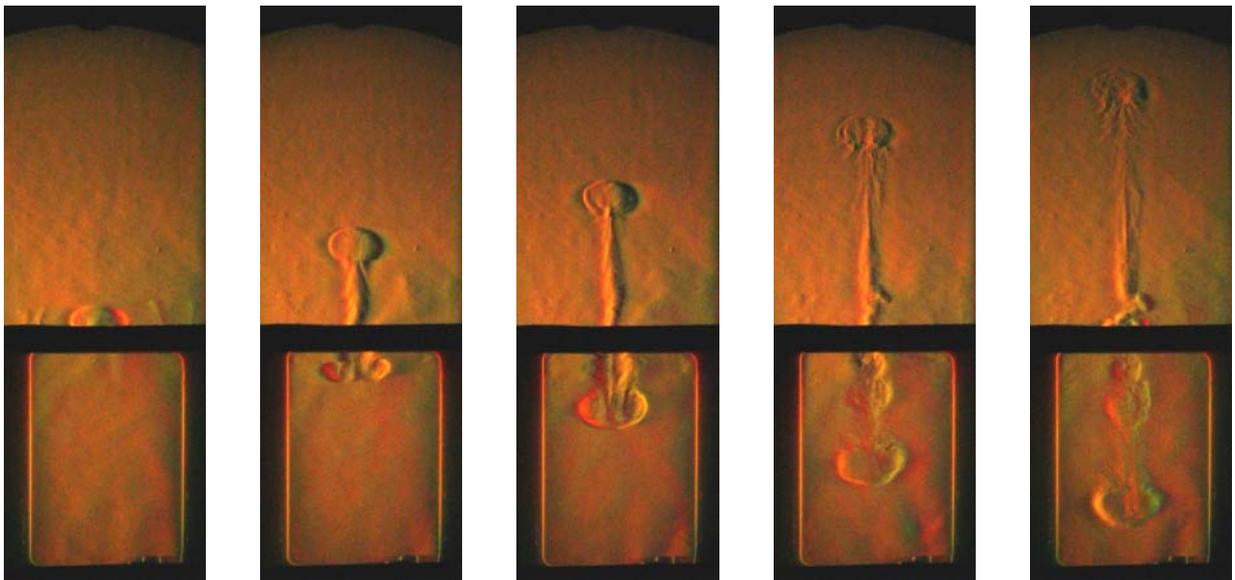
$$H(K_x, K_y) = \cos\varphi + i\sin\varphi\operatorname{sgn}K_x. \quad (10)$$

Отсюда следует, что с таким фильтром выполняется одномерное преобразование Фуко–Гильберта с весовыми коэффициентами, зависящими от длины волны излучения источника, $\varphi = \varphi(\lambda)$. Очевидно, что для оптических сигналов на длинах волн, удовлетворяющих условию $\cos\varphi = 0$, $\sin\varphi = \pm 1$, выполняется с точностью до знака одномерное преобразование Гильберта.

В качестве примера полихроматической фильтрации Фуко–Гильберта с с фазовым квадрантным фильтром на рис. 3 показана визуализация эволюции комплементарных вихрей, индуцированных скачком давления на отверстии в стенке камеры, конструкция и схема эксперимента которой описаны в [7]. Внутри камеры с выходным круглым отверстием в стенке создаётся скачок давления с помощью электродинамического генератора, управляемого ЭВМ. Показана эволюция положительного (рис. 3,а) и отрицательного (рис. 3,б) скачков давления, зарегистрированных на отверстии камеры. Природа эволюции скачков давления объясняется тем, что камера при импульсном изменении давления ведёт себя как резонатор Геймгольца. На рисунках 4,а и 4,б видны колебания давления в резонаторе, возбуждённые биполярным импульсом давления, созданным электродинамиком внутри камеры.



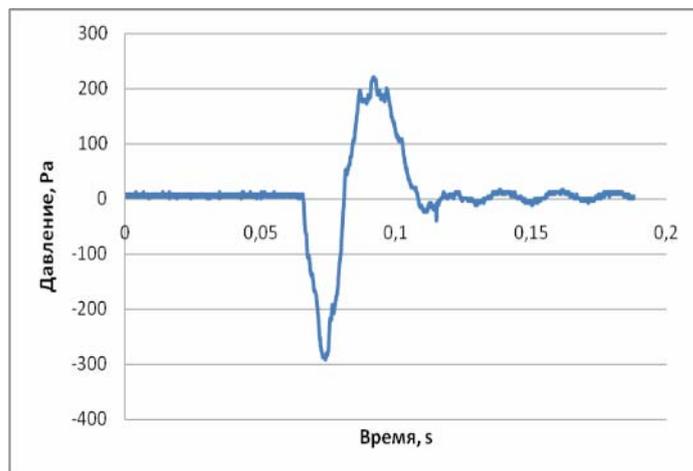
а



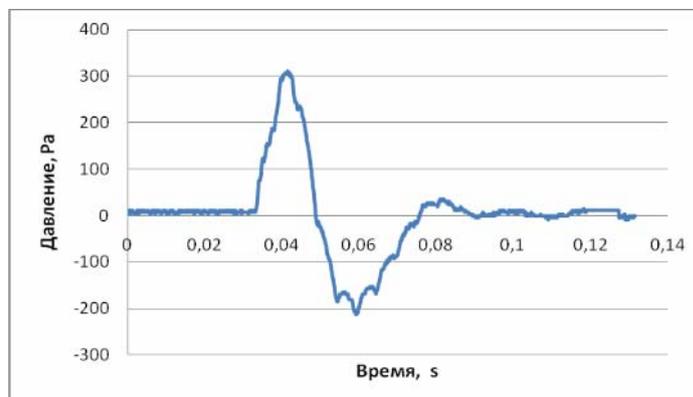
б

Рис. 3. Эволюция распространения кольцевых вихревых структур при «биполярном» давлении в газовой камере: *а* – эволюция пары вихревых колец, возникающих при отрицательном скачке давления; *б* – эволюция пары вихревых колец, возникающих при положительном скачке давления

Для иллюстрации повышения качества визуализации за счёт цветового контраста на рис. 5 показана комплементарная пара вихрей, зарегистрированная с помощью чёрно-белой CCD камеры.



а



б

Рис. 4. Эволюция давления на выходном отверстии резонатора Гельмгольца: *а* – отрицательный скачок давления; *б* – положительный скачок давления

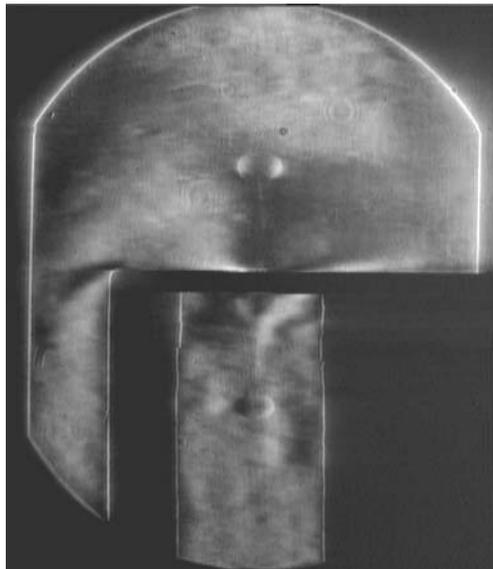


Рис. 5. Гильберт–визуализация кольцевых вихрей с чёрно–белой регистрацией CCD камерой

На рис. 6 показан пример полихроматической визуализации эволюции свободных струй, генерируемых в жидкости от нагреваемой проволоки. На рис. 7 показана полихроматическая визуализация эволюции свободной струи в воде, сдвиговые интерферограммы этой струи и интерферограммы Маха–Цендера (подробности эксперимента изложены в [8]).

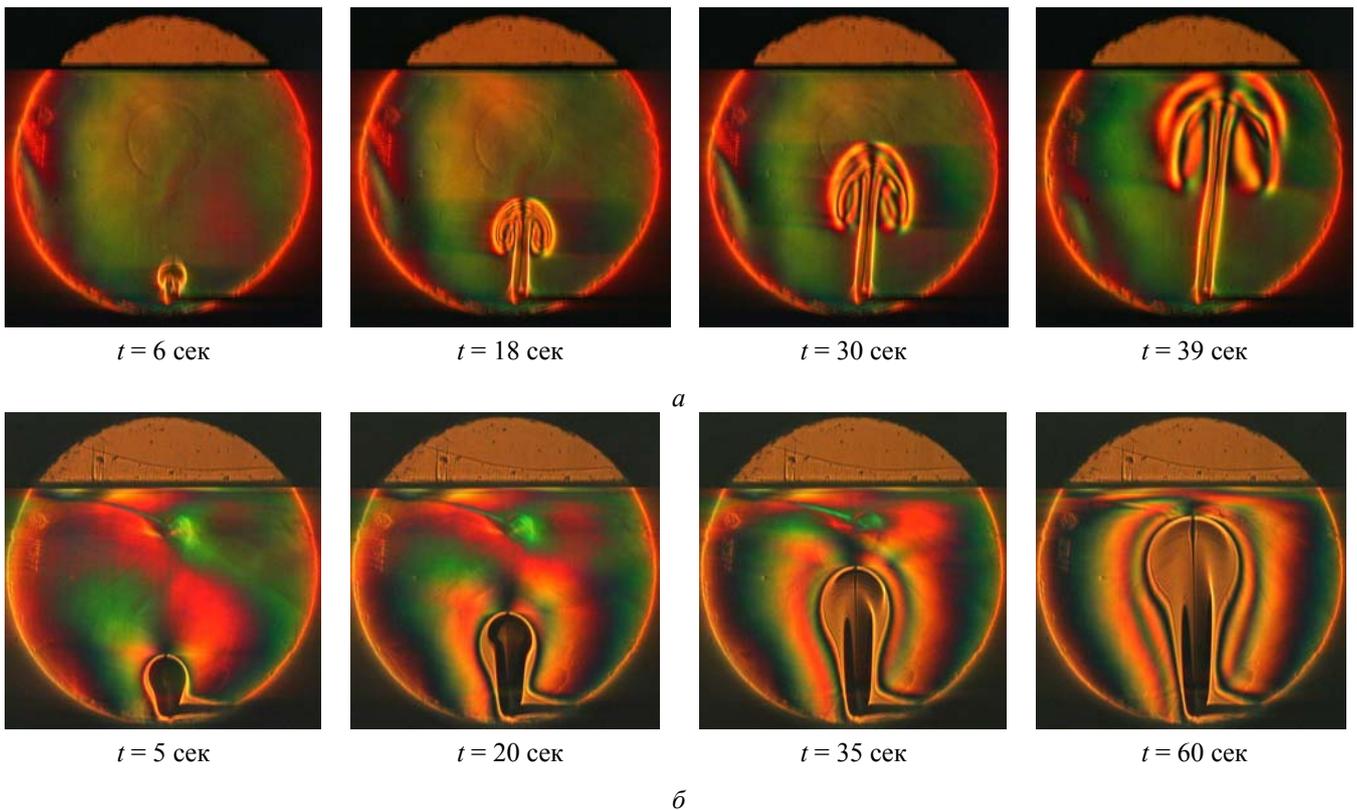


Рис. 6. Эволюция свободно–конвективной струи: *a* – в воде; *б* – в полиэтилсилоксановой жидкости ПЭС–5

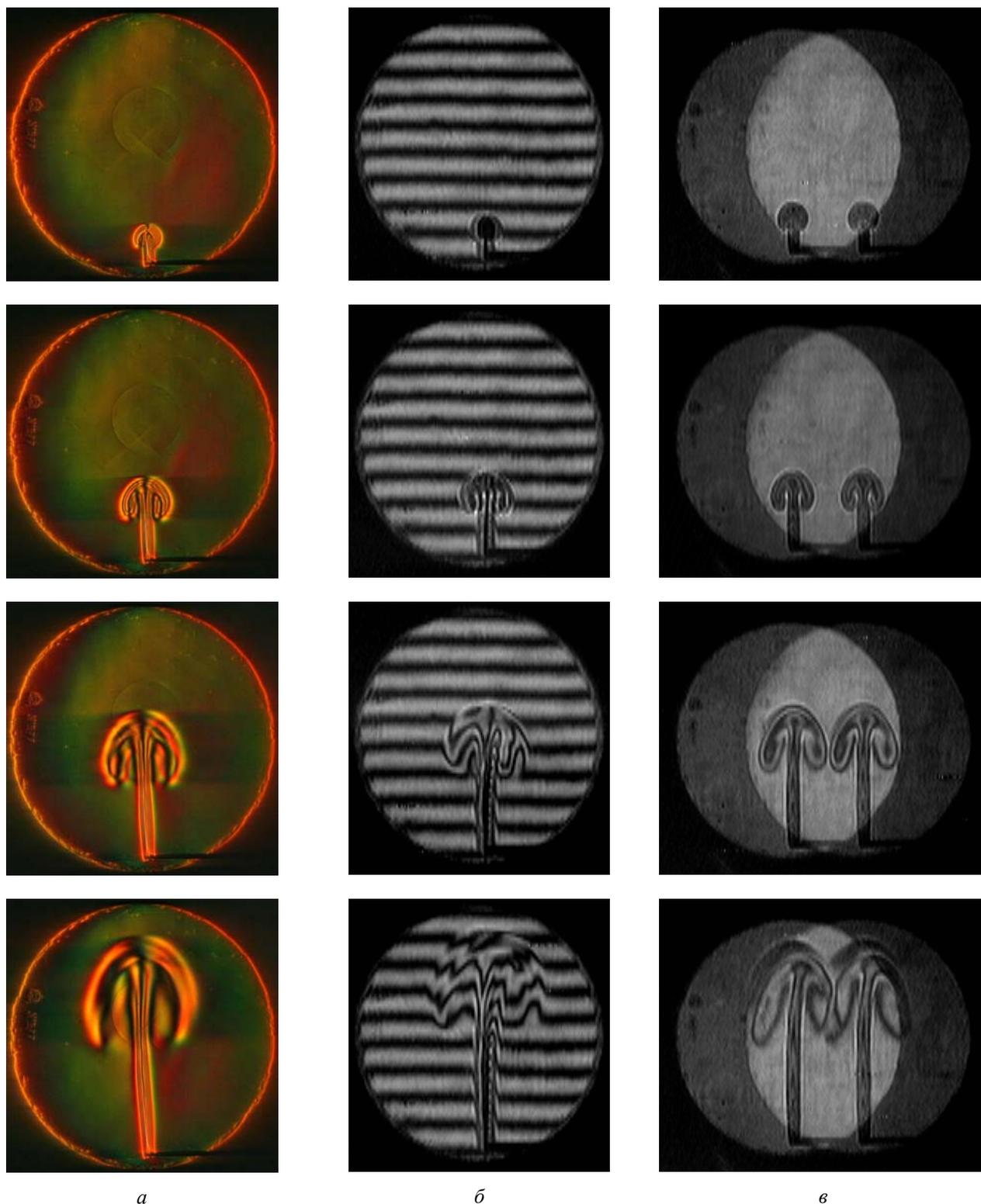


Рис. 7. Свободно-конвективная струя в воде: *а* – полихроматическая визуализация; *б* – сдвиговая интерферограмма; *в* – интерферограмма Маха-Цендера

Полихроматическое освещение может применяться для цветной визуализации полей оптической плотности и в случае применения амплитудных фильтров. Примером может служить одномерное преобразование Фуко-Гильберта с применением квадрантного амплитудного фильтра и бихроматического линейного источника. В случае ориентации изображения линейного бихроматического источника по оси K_y , КПФ квадрантного фильтра определяется при $\varphi=0$, $K_x(\lambda)$, $-K_x(\lambda)$. На рис. 8 показан пример такой

визуализации, полученный в эксперименте по исследованию поверхностной структуры жидкости в условиях рэлей-бенаровской конвекции (подробности эксперимента – в [9].

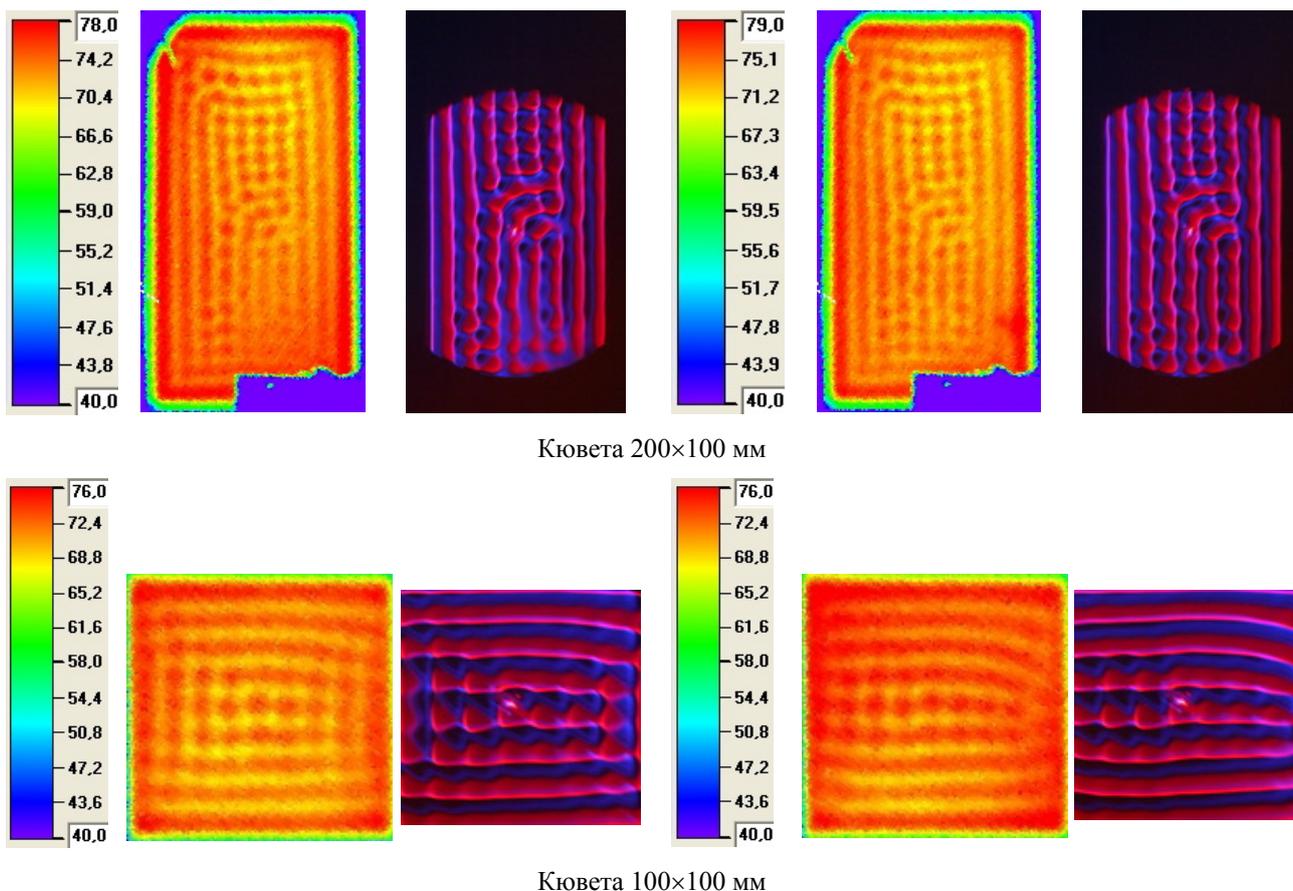


Рис. 8. Гильберт–тенеграммы и термограммы поверхности жидкости при различных граничных условиях

Бихроматическая гильберт–визуализация динамических возмущений оптической фазовой плотности, индуцированных колебательным движением цилиндрического тела в стратифицированной жидкости по горизонтальной оси с амплитудной скоростью – 15 мм/сек, показана на рис. 9.

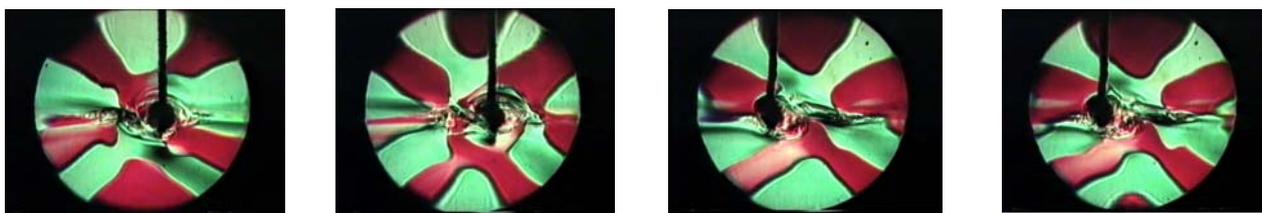


Рис. 9. Бихроматическая гильберт–визуализация динамических возмущений, индуцированных колебательным движением цилиндрического тела в стратифицированной жидкости

Стратифицированная жидкость (солёная вода) помещалась в кювете, имеющей форму прямоугольного параллелепипеда с окнами оптического качества. В жидкости создавался вертикальный градиент фазовой оптической плотности. Цилиндрическое тело, помещенное в стратифицированную среду, могло ориентироваться вертикально или горизонтально [2] в плоскости, ортогональной оптической оси системы из последовательно расположенных коллиматорного и фурье–объективов. Диаметр цилиндра – 6 мм. Цилиндр мог двигаться поступательно с постоянной скоростью в горизонтальном или вертикальном направлениях в плоскости, ортогональной оптической оси. Кроме того, цилиндр мог совершать

колебательные движения по горизонтальной оси в этой же плоскости с заданной амплитудой и частотой.

Цветная гильберт–визуализация полей фазовой оптической плотности применялась для исследования гидродинамических структур в вихревой трубке Ранка. С применением бихроматической фильтрации Фуко–Гильберта выполнялась визуализация в реальном времени градиента фазового поля оптической плотности в поперечном и продольном направлениях вихревого канала с минимальным временем экспозиции 250 мкс при разных динамических режимах.

Установлено существование крупномасштабных структур, время жизни которых на порядки превышает время экспозиции. Пример визуализированного течения показан на рис. 10 [2, 3]. Хорошо видна биспиральная вихревая структура, которая зарождается на плоской торцевой поверхности около периферийного выхода горячего воздуха, а затем распространяется вдоль продольной оси многократно перезамыкаясь и разрушаясь. Зафиксировано вращательное движение вихревой спирали. Существование обнаруженных биспиральных вихревых структур подтверждено методом лазерной доплеровской визуализации полей скоростей в этой же трубке при аналогичных режимах течения.

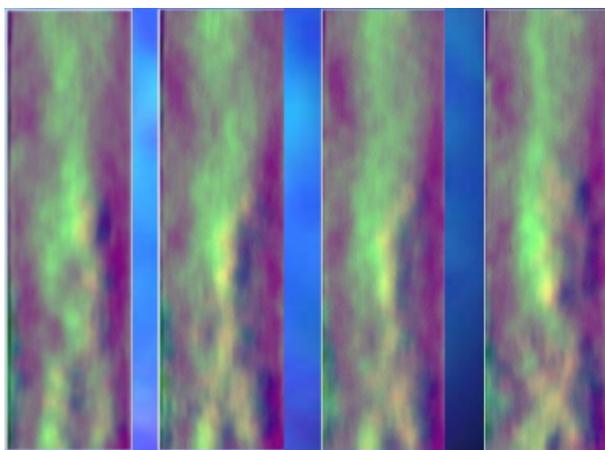


Рис. 10. Пример визуализированного течения

Достоинством цветной гильберт–визуализации с линейным бихроматическим источником является простота согласования изображения источника с квадрантным фильтром.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Методы гильберт–оптики в гидродинамическом эксперименте позволяет визуализировать амплитудные и фазовые поля оптической плотности газовых и конденсированных сред. Преимуществом полихроматической гильберт–фильтрации является повышение чувствительности за счёт цветового контраста.

БЛАГОДАРНОСТИ

Авторы выражают благодарность О. Н. Новосёловой и Е.О. Шлапаковой за творческое участие в экспериментальных исследованиях. Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проекты 10–08–00813 и 09–08–00882)

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Сороко Л.М.** Гильберт–оптика // М.: Наука, 1981. 160 с.
2. **Арбузов В.А., Дубнищев Ю.Н.** Методы гильберт–оптики в измерительных технологиях // Новосибирск: изд-во НГТУ, 2007. 160 с.

3. **Дубнищев Ю.Н.** Теория и преобразование сигналов в оптических системах // Новосибирск: изд-во НГТУ, 2008. 403 с.
4. **Eu J.K.N.** Isotropic Hilbert spatial filtering // Opt. Communications. – 1973. – Vol. 9, No 3. – P. 257–262.
5. **Jefferey A. Davis, Dylan E. Monamara, Don M. Cottrell, Juan Campos.** Imageprocessing with the radial Hilbert transform: theory and experiments // Optics Letters. – 2000. – Vol. 25, No 2. – P. 99–101.
6. **Ананьин М.А., Хонина С.Н.** Моделирование оптической обработки изображений с использованием вихревого пространственного фильтра // Компьютерная оптика. – 2009. – Т. 33, № 4. – С. 466–472.
7. **Арбузов В.А., Дворников Н.А., Нечаев В.Г., Новосёлова О.Н.** Полихроматическая гильберт–диагностика эволюции комплементарных кольцевых вихрей, возникающих при дифракции фронта давления на отверстия // XI Международная научно–техническая конференция «Оптические методы исследования потоков», 2011, Москва, 27–30 июня.
8. **Экспериментальные** и численные исследования нестационарных плавучих струй / Антонов П.В., Арбузов В.А., Бердников В.С. и др. // XI Международная научно–техническая конференция «Оптические методы исследования потоков», 2011, Москва, 27–30 июня.
9. **Буфетов Н.С., Шлапакова Е.О.** Гильберт–диагностика рэлей–бенаровской конвекции жидкости со свободной верхней границей // XI Международная научно–техническая конференция «Оптические методы исследования потоков», 2011, Москва, 27–30 июня.

V. A. Arbuzov^{1,2}, Yu. N. Dubnishchev^{1,2}

¹*Institute of Thermodynamics SB RAS, 1, Acad. Lavrentyev ave. 630090, Novosibirsk, Russia,
E-mail: dubnistchev@itp.nsc.ru*

²*Novosibirsk state technical university, 20, Karl Marks ave, 630092, Novosibirsk, Russia*

HILBERT–OPTIC METHODS IN EXPERIMENTAL HYDRO– AND GAS DYNAMICS

The summary Gilbert–optics applications in experimental hydro– and gas dynamics are discussed.

**OPTICAL HILBERT TRANSFORMS, OPTICAL FOUCAULT–HILBERT TRANSFORMS,
HILBERT–OPTICS METHODS IN EXPERIMENTAL HYDRODYNAMICS**